第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

キーワード : ロバスト性, モデル, 不確かさ, ノミナルモデル, モデル集合

学習目標 : モデルとそれに含まれる不確かさの概念を理解する。モデルの不確かさの記述法を習得する。

1

7 フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

ロバスト(robust):強い, 頑健な, 丈夫な…

モデルの不確かさ

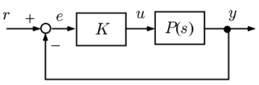
- パラメータ値の誤差
- モデル化されない動特性
- 考慮されない非線形性
- 外乱 / 雑音
- 動作範囲 / 環境の変化

現実のシステム

モデル $P(s)$

2

[例 7.1] 高次の振動モード



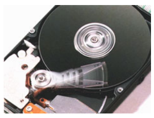


図 ハードディスク

1次系(制御対象)

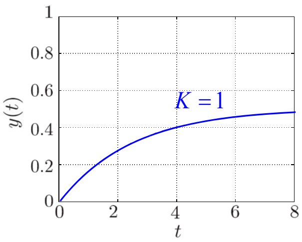
$$P(s) = \frac{1}{5s+1}$$

開ループ伝達関数

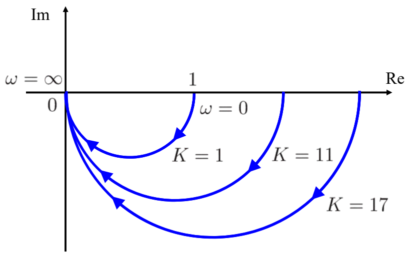
$$L(s) = P(s)K = \frac{K}{5s+1}$$

定数ゲイン

$K = 1$



3



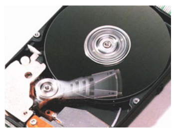
ゲイン余裕= ∞

K どれだけ増やしても不安定にならない

不安定にならないことは現実的でない

4

制御対象 $P(s) = \dfrac{1}{5s+1}$



実際の
制御対象 $\tilde{P}(s) = \dfrac{1}{5s+1} \cdot \underbrace{\dfrac{4}{s^2+2s+4}}_{\text{振動モード}}$

振動モード: $\dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$\omega_n = 2$

$2\zeta\omega_n = 2 \ \Rightarrow \ \zeta = 0.5$

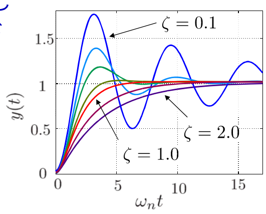


図3.7 2次系のステップ応答

5

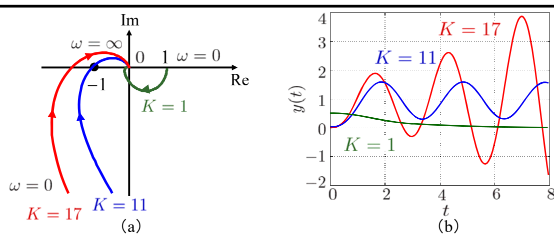


図 7.2 振動モードを有する系のベクトル軌跡とステップ応答

$K = 1$ 低周波域, 定常特性:あまり影響がない

$K = 11$ 安定限界

$K = 17$ 不安定

K を増大すると, フィードバックの効果があるが, モデルの不確かさによって, 不安定になる

ロバスト性が必要

6

[例 7.2] むだ時間

開ループ伝達関数

$$L(s)=\frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

実際の開ループ系

$$\tilde{L}(s)=\frac{Ke^{-s}}{s(s+1)(s+2)}$$

e^{-s} : 無視したむだ時間

同様に「モデルの不確かさに対するロバスト性」の問題がある

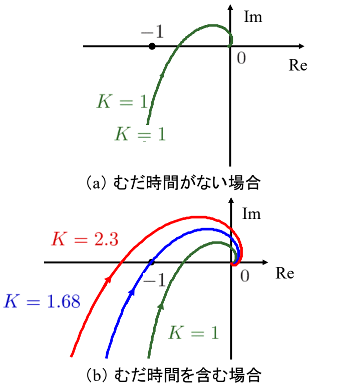


図 7.3 むだ時間を含む系のベクトル軌跡

不確かさの記述

[例 7.3] ゲイン変動・時定数変動

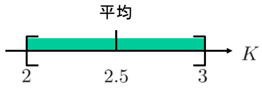
制御対象 : $P(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$　　$2\le K\le 3$

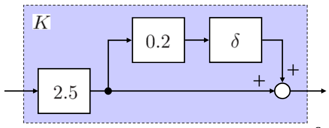
不確かなゲイン : $K=2.5(1+0.2\delta),\quad |\delta|\le 1$

2.5 を中心に $\pm 20\%$ の相対的変動

(例) $\delta=1$ で $K=3$

$\delta=-1$ で $K=2$



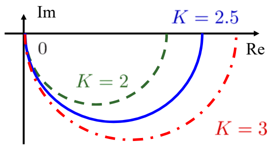


[例 7.3]

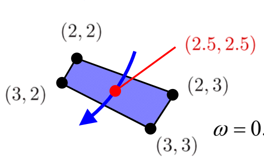
$T=2.5$

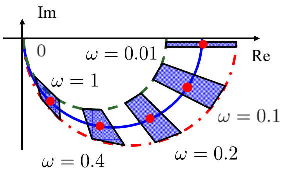
$K=2,\ 2.5,\ 3$

$$P:\left\{\frac{2}{2.5s+1},\ \frac{2.5}{2.5s+1},\ \frac{3}{2.5s+1}\right\}$$



$2\le T\le 3,\ 2\le K\le 3$





$\omega=0.1$

図 7.4 ゲイン変動・時定数変動を有する
1 次系のベクトル軌跡

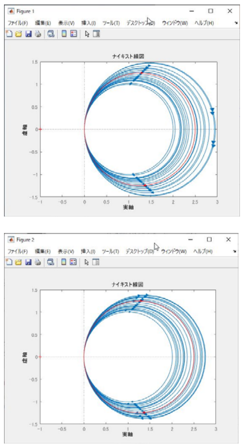
MATLAB

file1.m を実行

```
T_nom = 2.5;
K_nom = 2.5;
T = ureal('T',T_nom,'PlusMinus',[-0.5 0.5])
K = ureal('K',K_nom,'PlusMinus',[-0.5 0.5])

figure(1)
P = tf(K,[T_nom 1])
nyquist(P)
hold on
P = tf(K_nom,[T_nom 1])
nyquist(P,'r')

figure(2)
P = tf(K,[T 1])
nyquist(P)
hold on
P = tf(K_nom,[T_nom 1])
nyquist(P,'r')
```

$T=2\sim 3$

$K=2\sim 3$



1本のベクトル軌跡 ➡ ベクトル軌跡の「帯」

帯の幅 : モデルの不確かさの「大きさ」を表している.

(ゲインに着目)

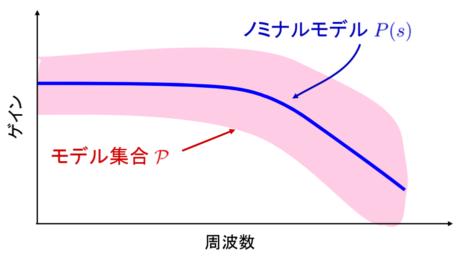


図 7.5 不確かさと周波数応答の帯

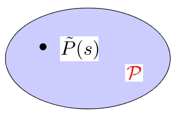
不確かなシステム (*cf.* 不確かなゲイン)

$$\tilde{P}(s)=(1+\Delta(s)W_2(s))P(s),\quad |\Delta(j\omega)|\le 1,\ {}^{\forall}\omega$$

公称モデル (ノミナルモデル)

$W_2(s)$: 不確かさの「大きさ」を記述 (ゲインに着目)

$\tilde{P}(s)\in\mathcal{P}$: モデル集合



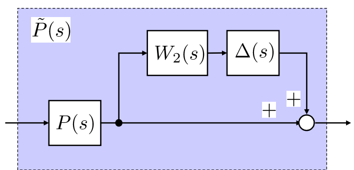


図 7.6 乗法的な不確かさとモデル集合

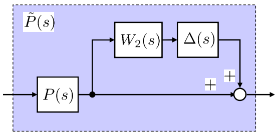
乗法的な不確かさ

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\tilde{P}}{P} - 1 = \frac{\tilde{P} - P}{P} = \Delta W_2$$

（⇔ 加法的な不確かさ）

（演習問題[3]を参照）



円盤型の不確かさ

$$|\tilde{P} - P| = |\Delta W_2 P| \le |W_2 P|$$

$$(\because |\Delta| \le 1)$$

周波数応答軌跡の「帯」を囲む
を参照

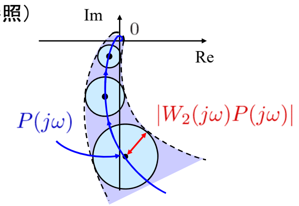


図 7.7 乗法的な不確かさと
モデル集合のベクトル軌跡

LEGOのモータのモデル （後期第1回資料を参照）

	(a) 入力30	(b) 入力50	(c) 入力100
	$T = 0.09$	$T = 0.08$	$T = 0.11$
	$K = \frac{300}{30} = 10$	$K = \frac{530}{50} = 10.6$	$K = \frac{940}{100} = 9.4$
不確かなモデル	$P_1(s) = \frac{10}{s(0.09s+1)}$	$P_2(s) = \frac{10.6}{s(0.08s+1)}$	$P_3(s) = \frac{9.4}{s(0.11s+1)}$

ノミナルモデル（モータの入力から角度）

$$P(s) = \frac{1}{s}P_1(s) = \frac{K}{s(Ts+1)} = \frac{10}{s(0.0933s+1)}$$

MATLAB

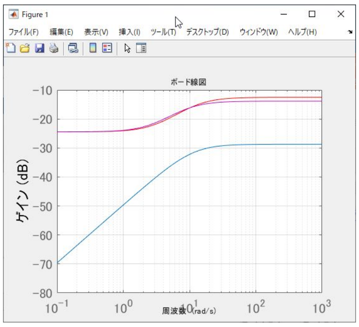
file2.m を実行

乗法的な不確かさ $\frac{\tilde{P}(s) - P(s)}{P(s)}$

$\frac{P_1(s) - P(s)}{P(s)}$ (青)

$\frac{P_2(s) - P(s)}{P(s)}$ (赤)

$\frac{P_3(s) - P(s)}{P(s)}$ (マゼンタ)

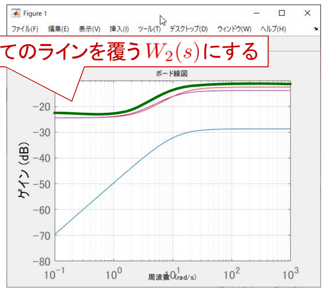


$W_2(s)$ を設計

file2.m を実行

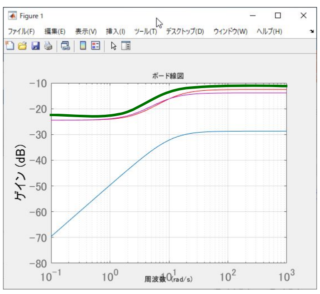
```
K_nom = 10;
T_nom = 0.0933;
P_nom = tf(K_nom,[T_nom 1 0])

......
figure(1)
bodemag(W2_1)
hold on
grid on
bodemag(W2_2,'r')
hold on
bodemag(W2_3,'m')
hold on
set(gca,'fontsize',16)
set(gca,'xtick',[1e-2 1e-1 1 1e1 1e2 1e3])
```

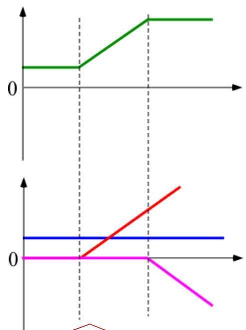
すべてのラインを覆う $W_2(s)$ にする




```
W2 = ;
bodemag(W2,'g')
hold on
```

% を外して，W2 に伝達関数を書く





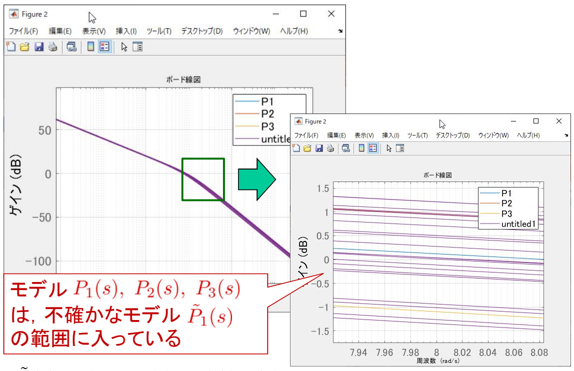
3つの伝達関数に分解できる

$$W_2(s) = K\frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}$$

表 5.1 基本要素のボード線図

$G(s)$	ゲイン曲線	位相曲線
K	dB, $20\log\|K\|$, 0, ω	0°, ω
s	dB, 1, 0, ω, 20dB/dec	90°, 0°, ω
$\frac{1}{s}$	dB, 1, −20dB/dec, 0, ω	0°, ω, -90°
$Ts+1$	dB, 20dB/dec, 0, ω, $1/T$	90°, ω, 0°, $0.2/T$ $5/T$
$\frac{1}{Ts+1}$	dB, $1/T$, 0, ω, −20dB/dec	$0.2/T$ $5/T$, 0°, ω, -90°
$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	dB, 0, ω, ω_n	ω_n, 0°, ω, -180°

file3.m を実行



$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s) W_2(s)) P(s)$$

19

第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

キーワード：ロバスト性，モデル，不確かさ，ノミナルモデル，モデル集合

学習目標：モデルとそれに含まれる不確かさの概念を理解する。モデルの不確かさの記述法を習得する。

20