

第6章：フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕(MATLAB演習)

キーワード：位相交差周波数, ゲイン交差周波数,
位相余裕, ゲイン余裕

学習目標：安定性の程度を評価するゲイン余裕や
位相余裕について理解する。

6 フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕 ω_{pc} , 位相余裕

位相交差周波数

ベクトル軌跡が負の実軸を横切る点 P に対応
位相が -180° になる

ゲイン交差周波数 ω_{gc}

ゲインがちょうど 1 になる点 G に対応
単位円を横切る

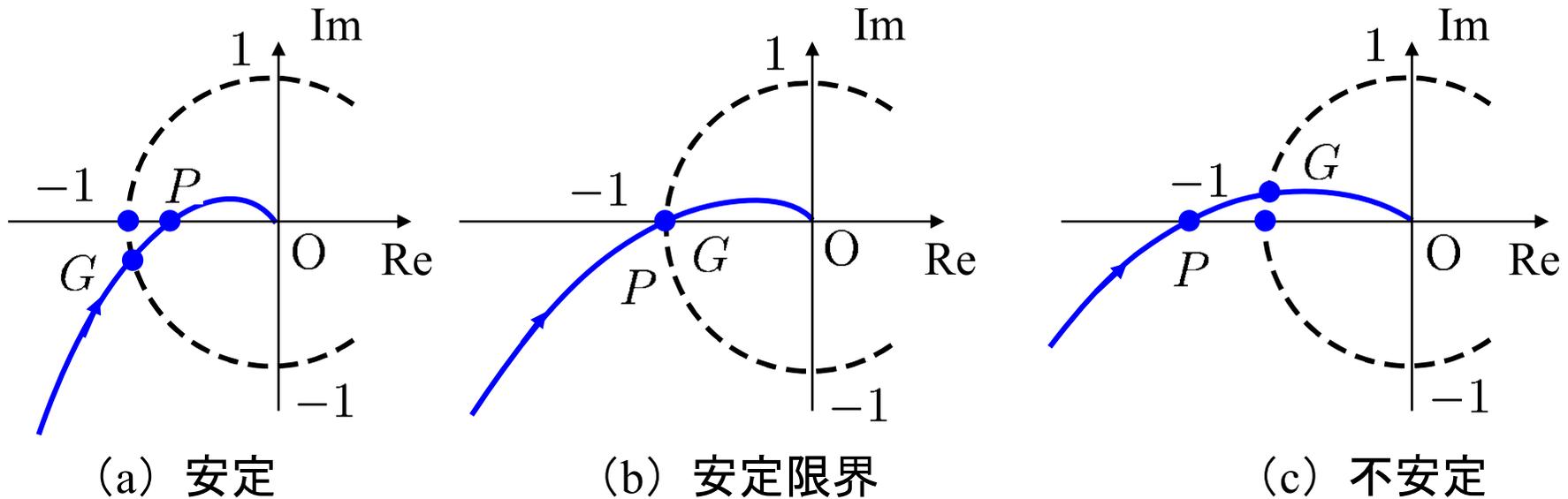


図6.11 ベクトル軌跡と安定性

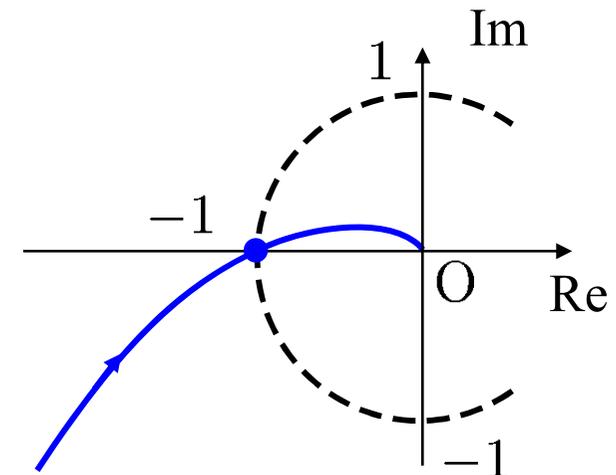
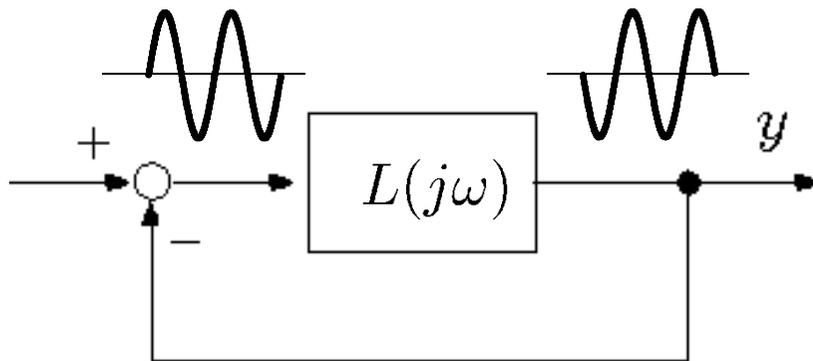
(1) 安定限界

ベクトル軌跡がちょうど点 $(-1, 0)$ の上を通る

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$$

ω_{pc} : ベクトル軌跡の位相が
 -180° になる周波数



(b) 安定限界

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

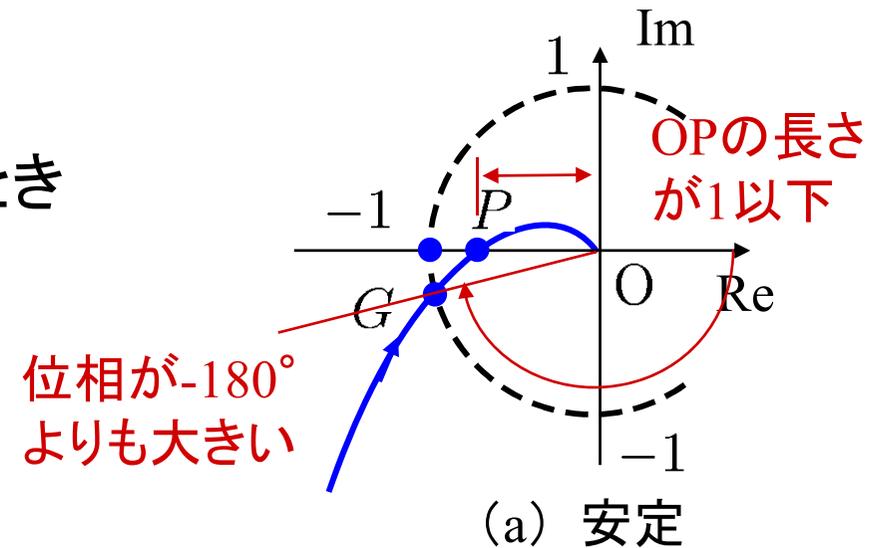
(2) 安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| < 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$ のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) > -180^\circ$$



(3) 不安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| > 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$ のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) < -180^\circ$$

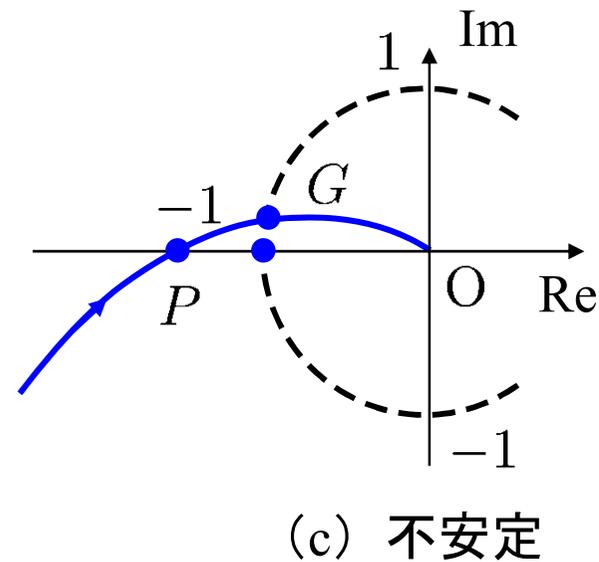


図6.11 ベクトル軌跡と安定性

ベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ からある程度離れているならば、**安定余裕**がある。

ゲイン余裕 GM

あとどれだけゲインを増やすと制御系が不安定になるか。

$$GM = \frac{1}{OP} \text{ (dB)}$$

位相余裕 PM

あとどれだけ位相が遅れると制御系が不安定になるか。

$$PM = \angle GOP \text{ (}^\circ\text{)}$$

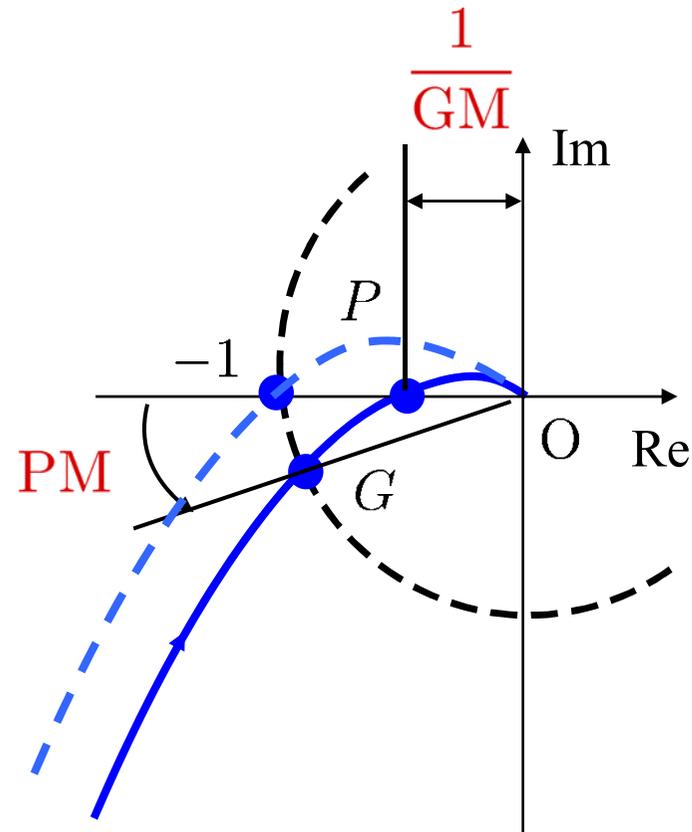
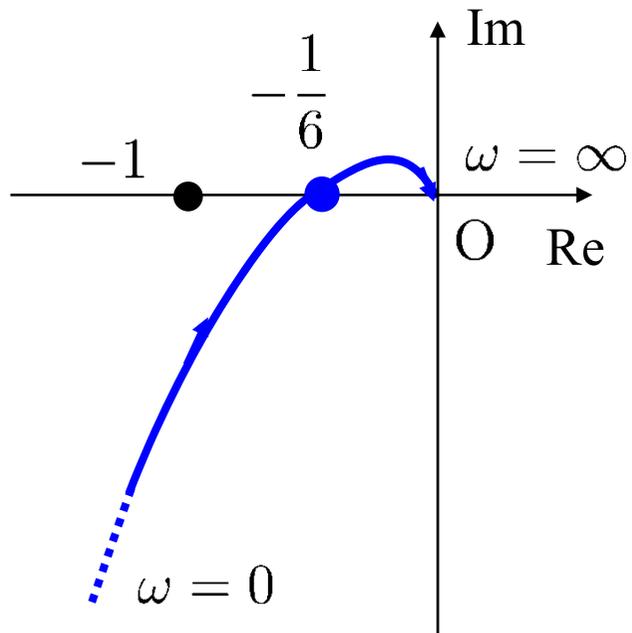


図 ゲイン余裕, 位相余裕

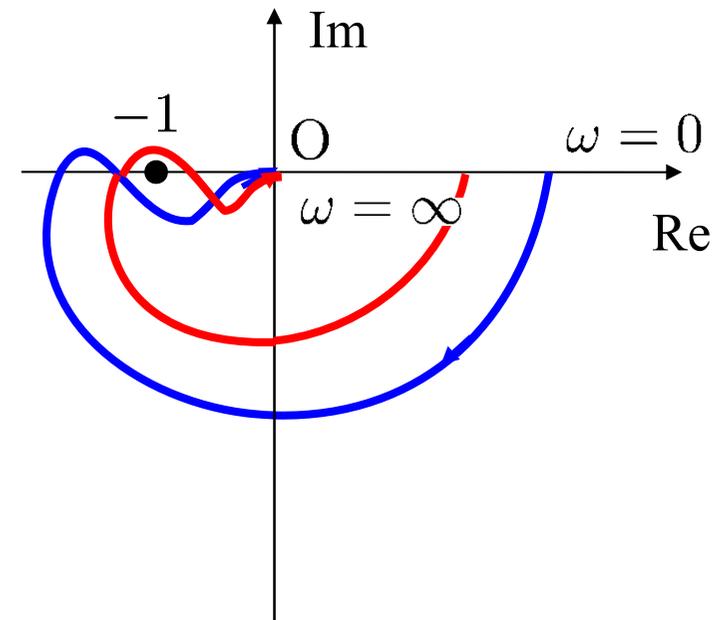
[例] ゲイン余裕

$$L(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$



安定

$$GM = 6$$

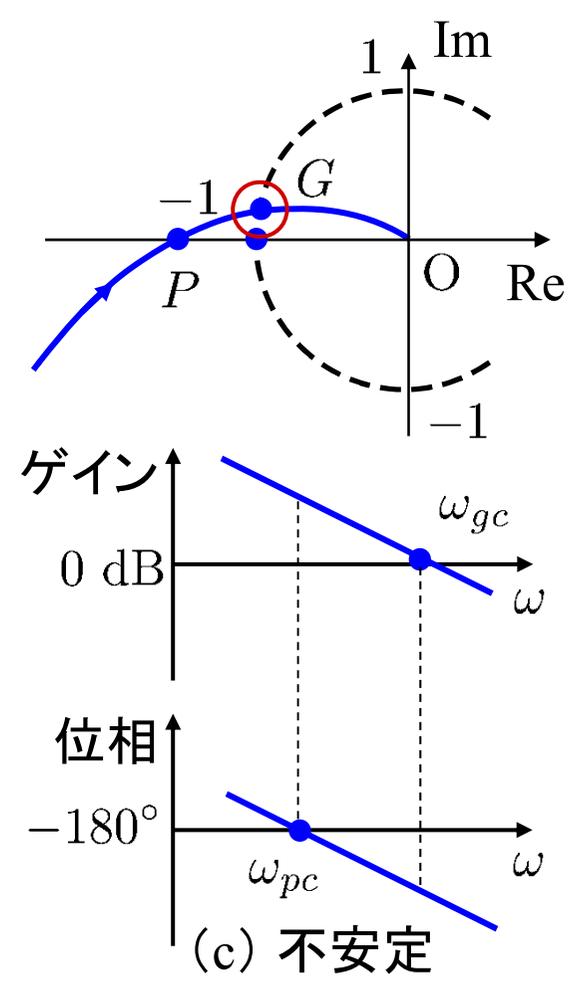
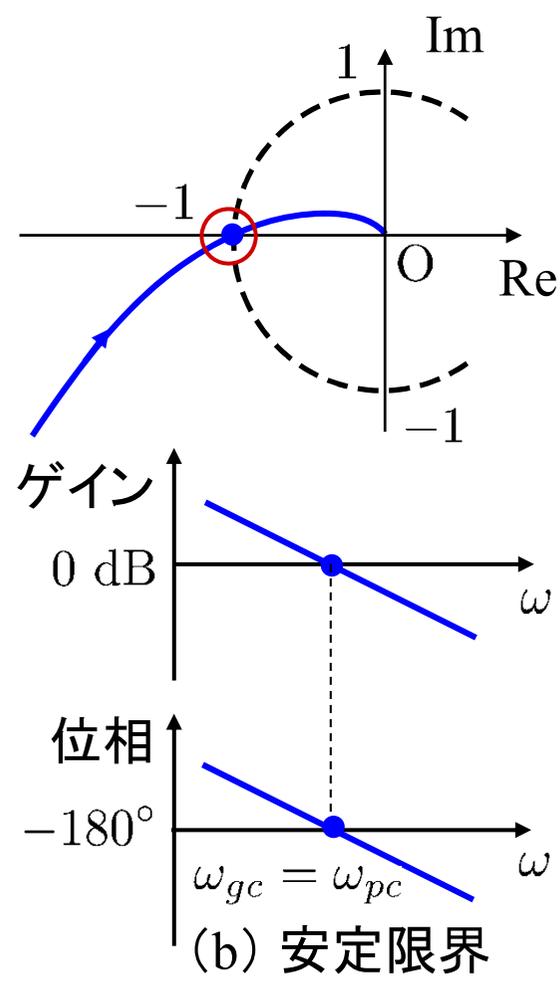
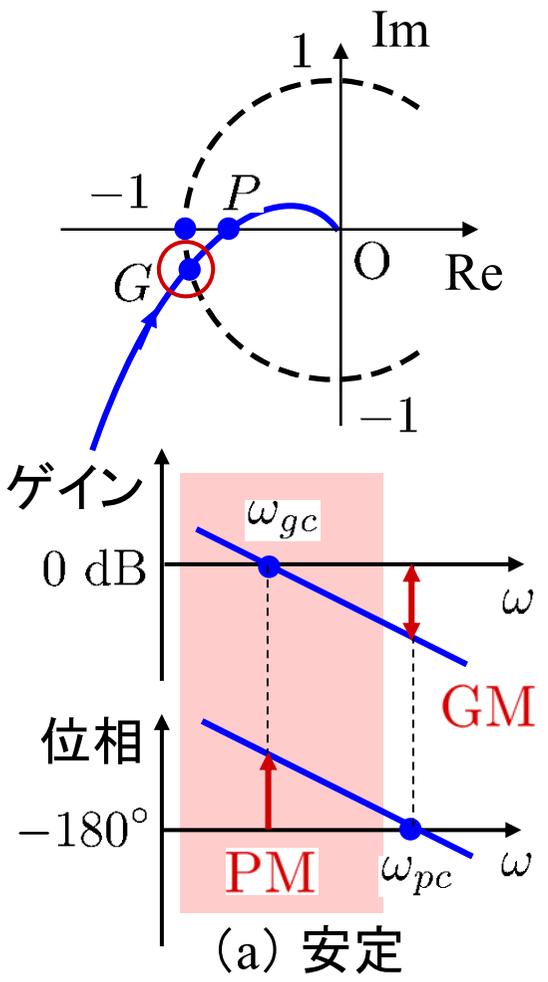


安定(条件付安定)

$$GM = \infty$$

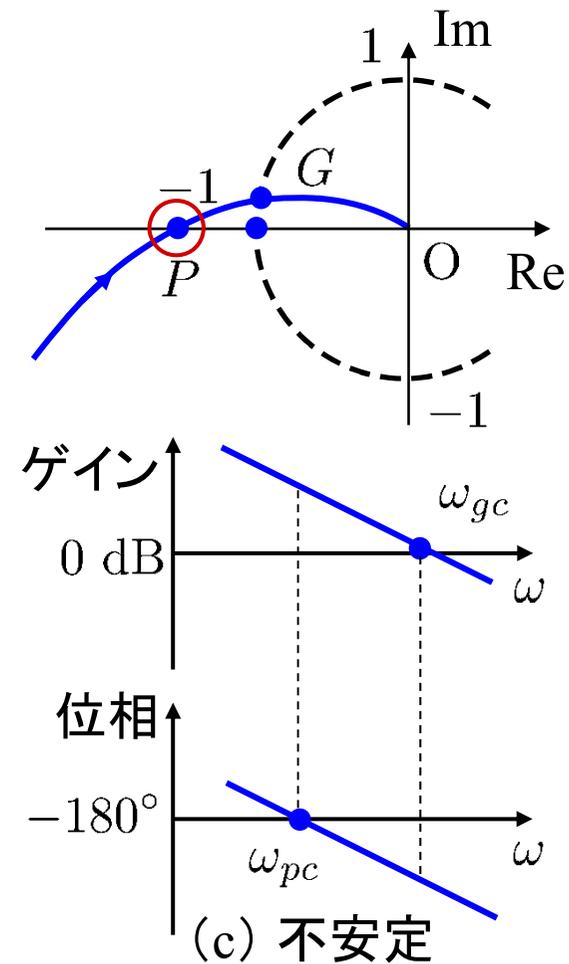
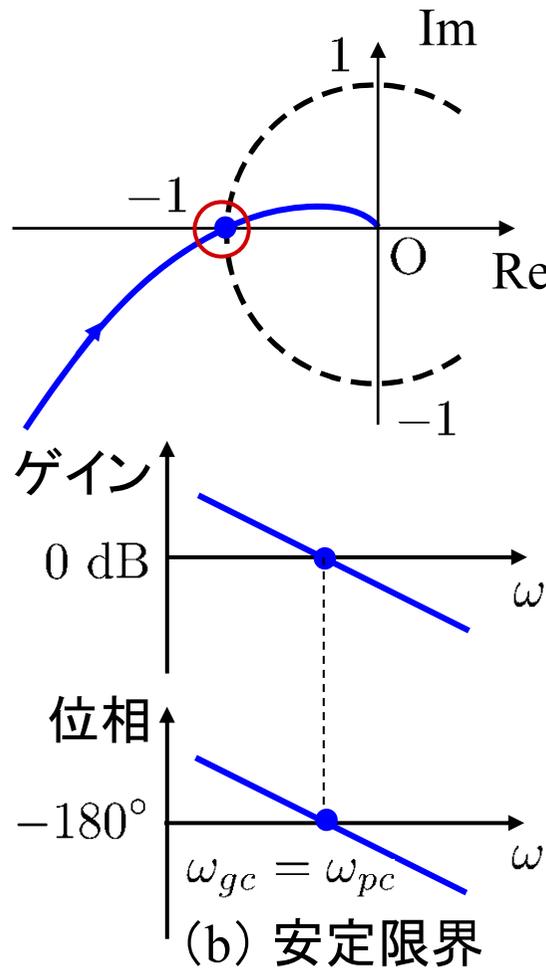
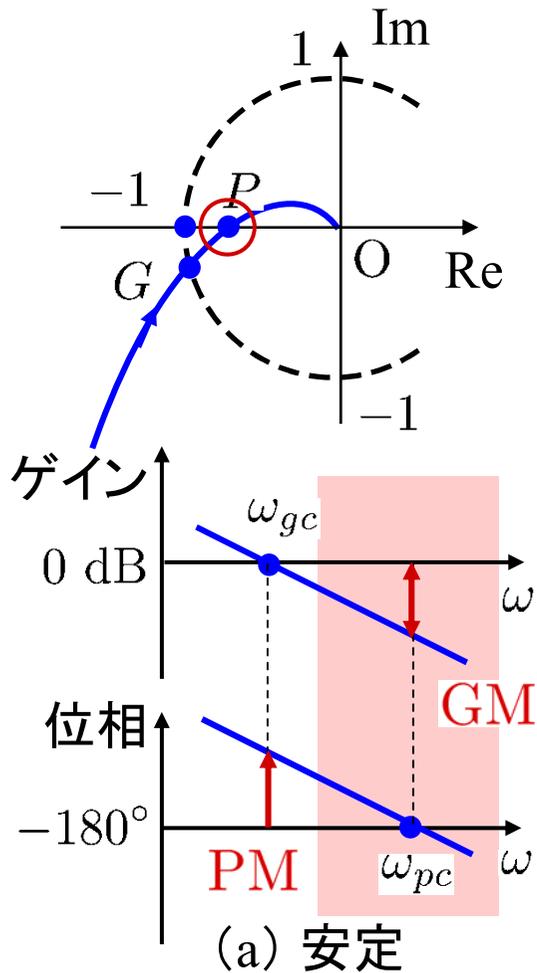
ボード線図での読み取り (a) 位相が -180° より進む \Rightarrow 安定
 (b) 位相が -180° ちょうど \Rightarrow 安定限界
 (c) 位相が -180° より遅れる \Rightarrow 不安定

ゲイン交差周波数 ω_{gc} で PM を読み取る.



- (a) ゲインが 0 dB より低い \Rightarrow 安定
- (b) ゲインが 0 dB ちょうど \Rightarrow 安定限界
- (c) ゲインが 0 dB より高い \Rightarrow 不安定

位相交差周波数 ω_{pc} で GM を読み取る。



[例 6.6] (虚軸上に極がある場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad (K=3)$$

ゲイン交差周波数

$$\omega_{gc} \simeq 0.97$$

位相余裕

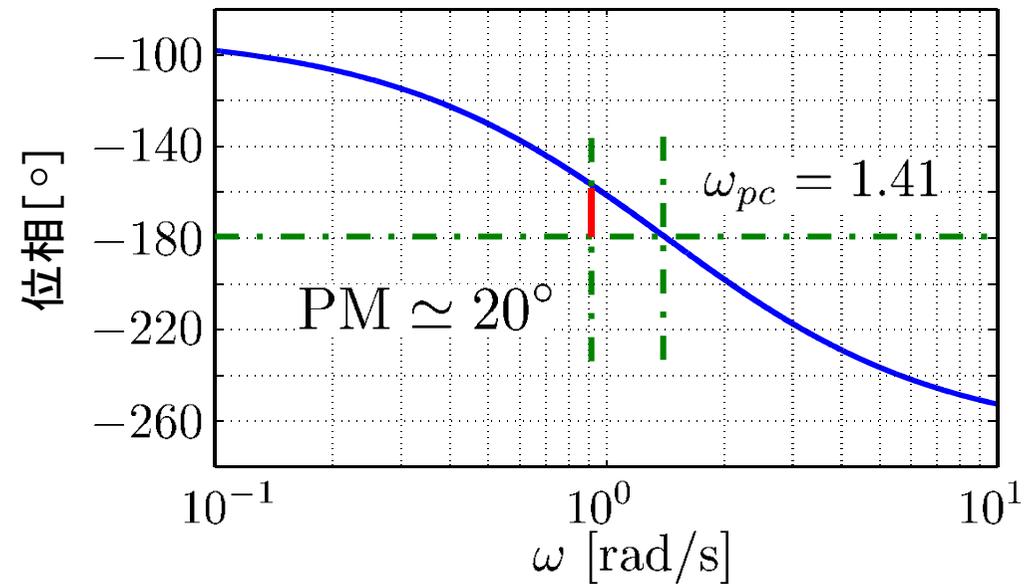
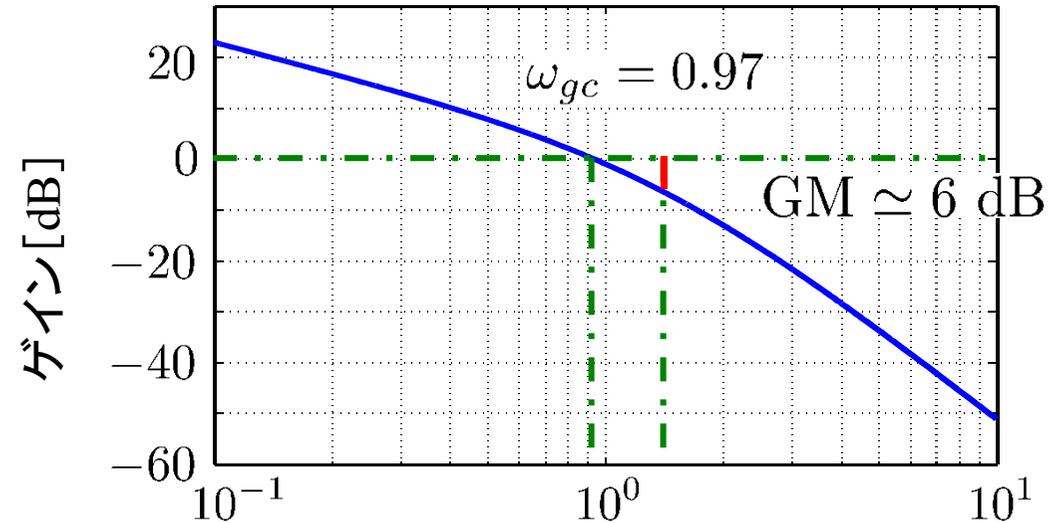
$$PM \simeq 20^\circ$$

位相交差周波数

$$\omega_{pc} \simeq 1.41$$

ゲイン余裕

$$GM \simeq 6 \text{ dB}$$

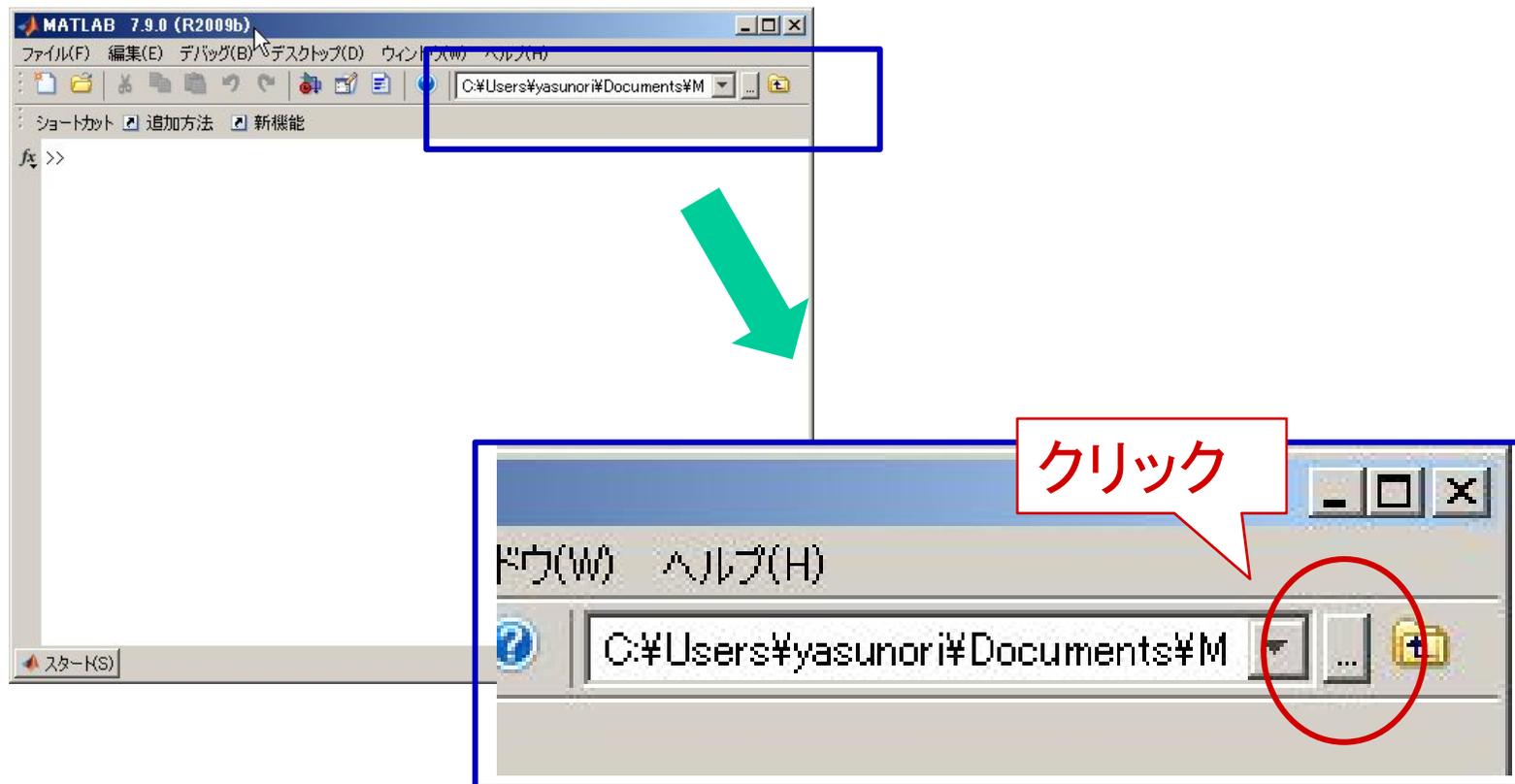


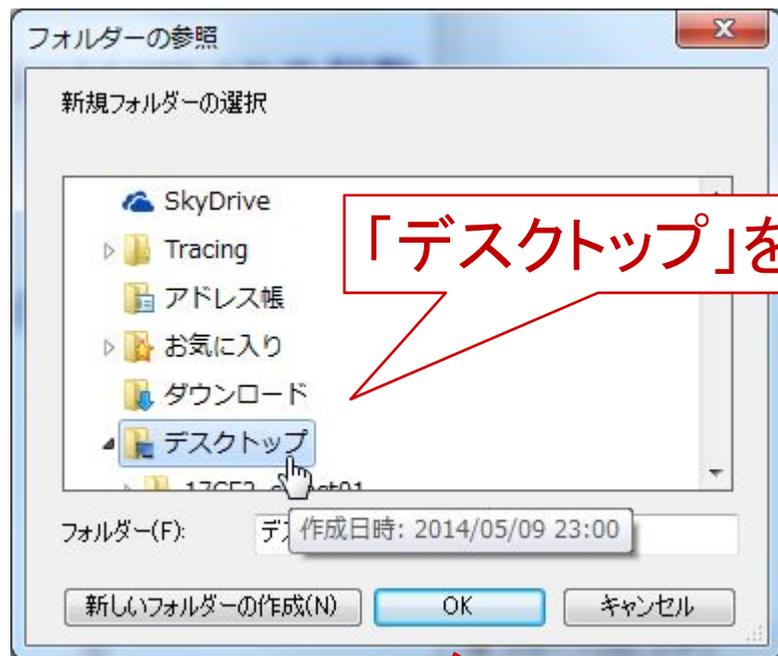
MATLABの準備

(a) MATLABの起動



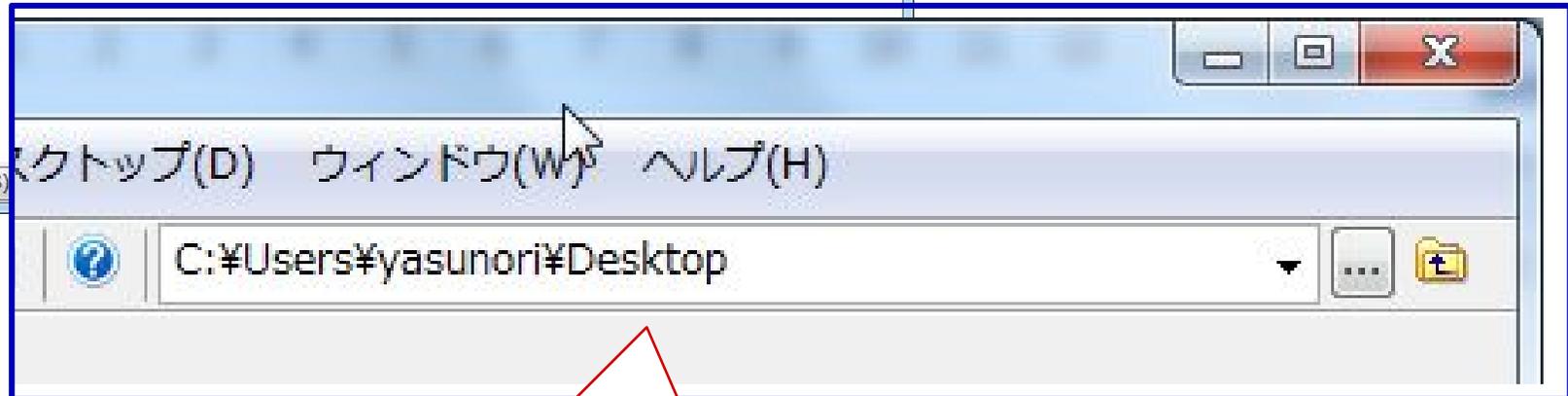
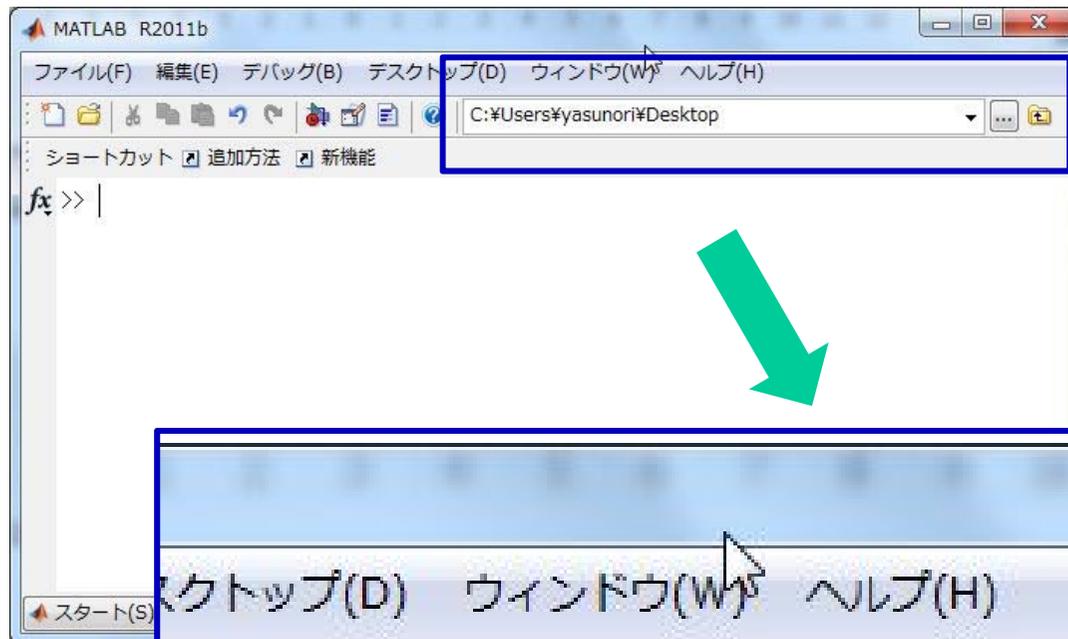
(b) カレントフォルダの設定





「デスクトップ」を選択

「OK」をクリック



「..... ¥Desktop」に変更

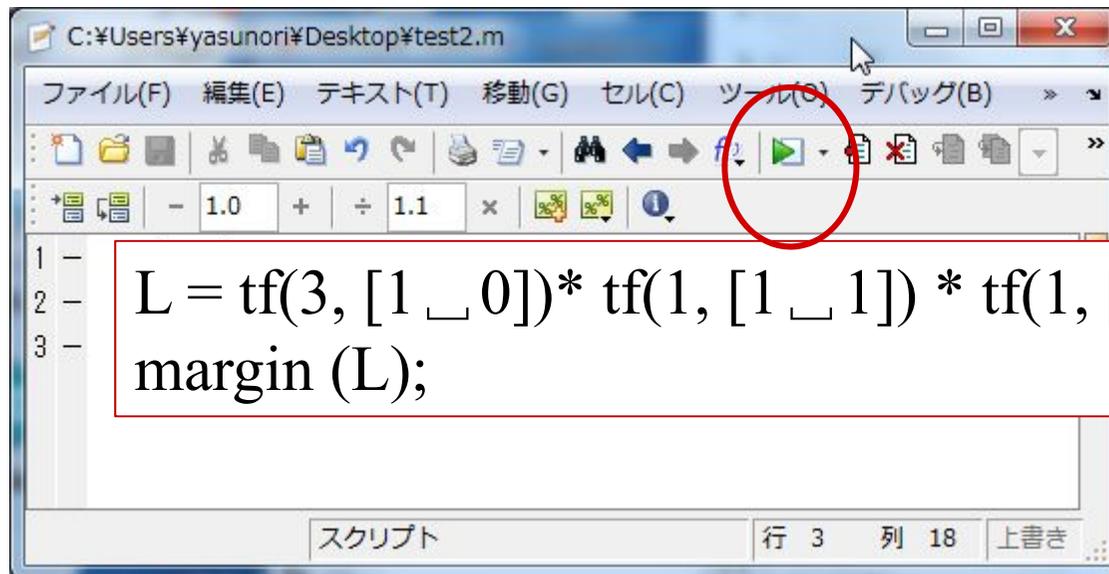
ゲイン余裕と位相余裕, ゲイン交差周波数と位相交差周波数

margin (G) G は伝達関数

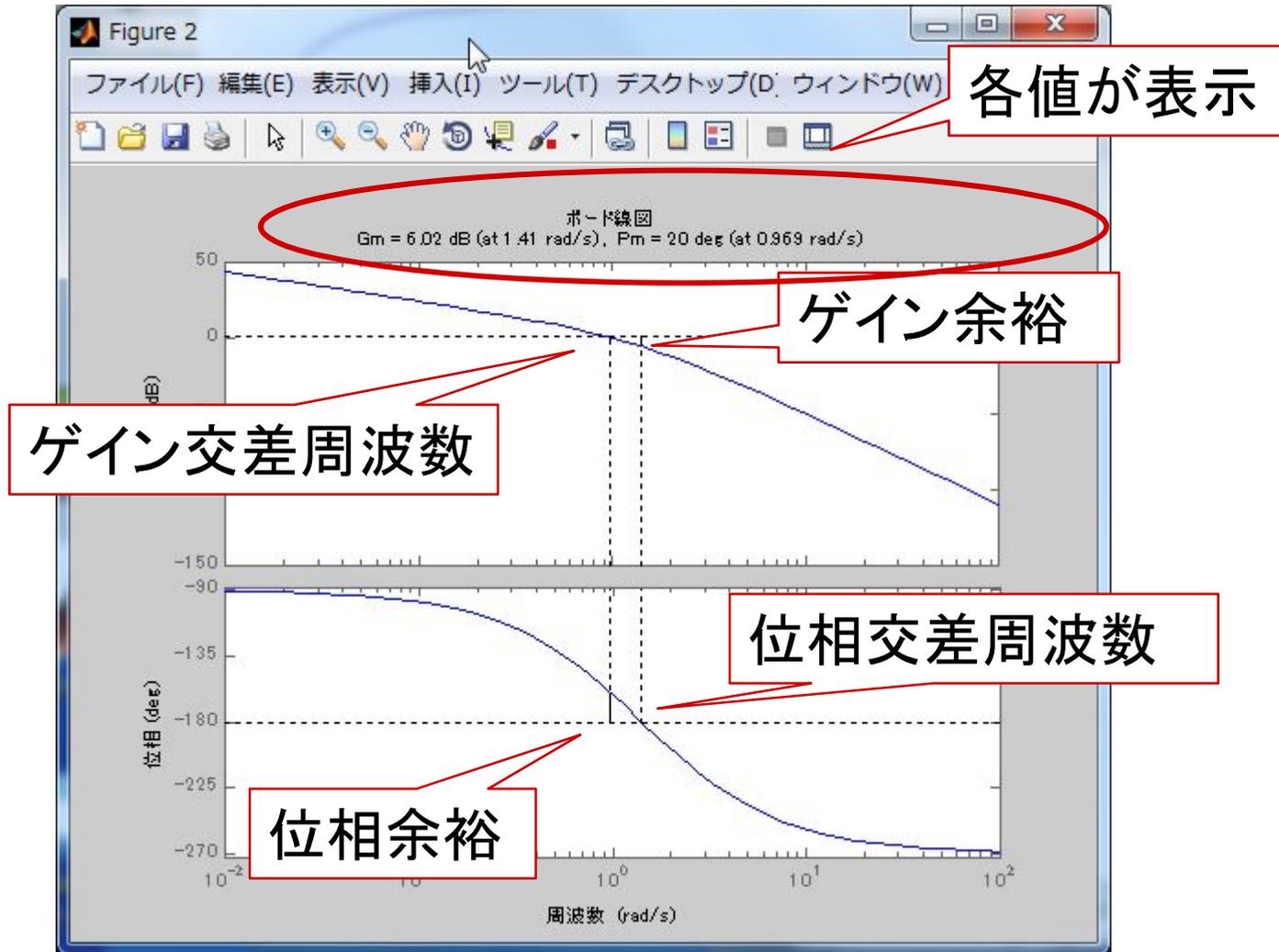
【例】

$$L(s) = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$

クリック

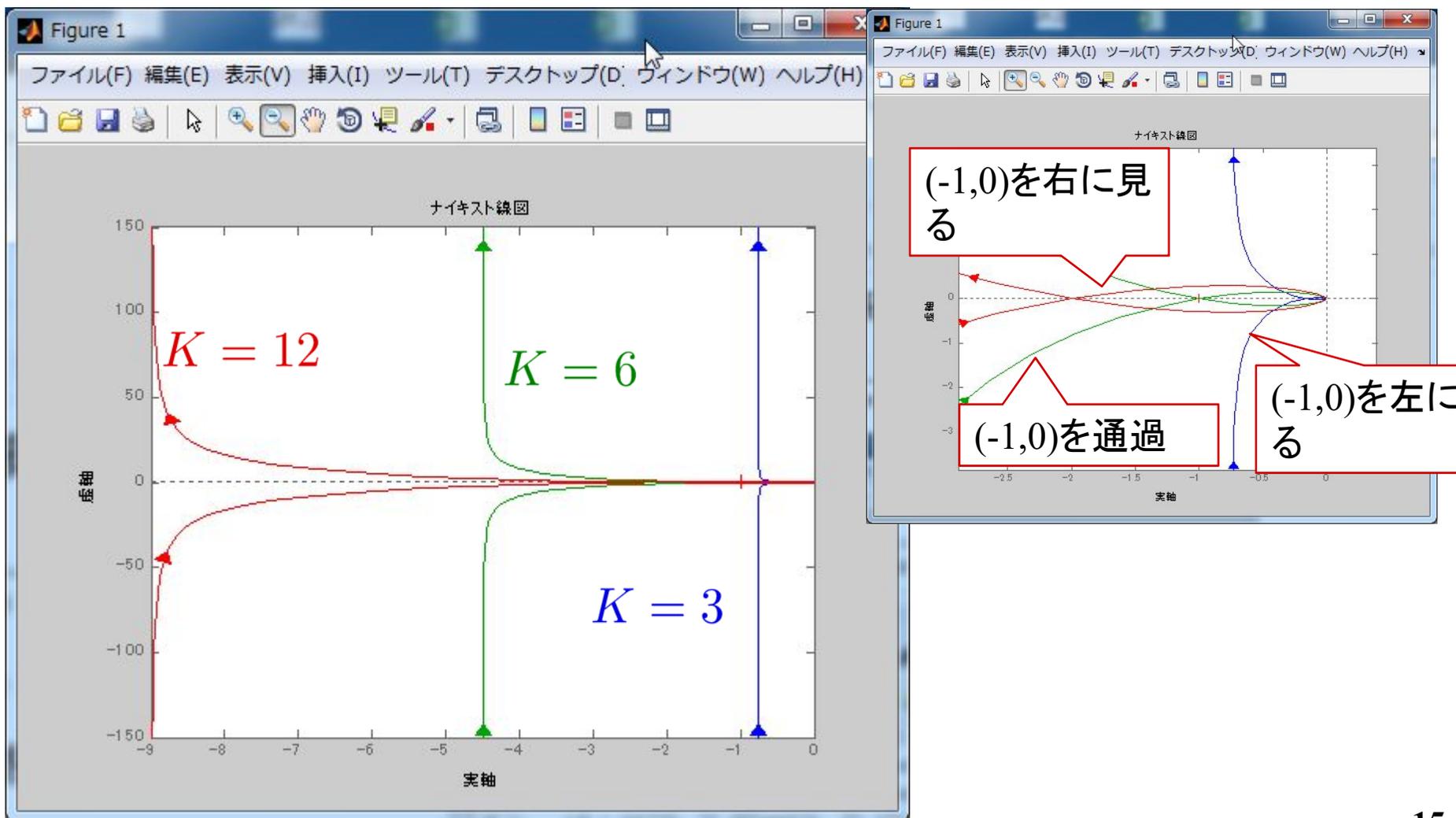


$$G(s) = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$



[例 6.5] (安定系の場合)

$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad K = 3, 6, 12$$



$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)} \quad K = 3, 6, 12$$

$K = 3$ のとき

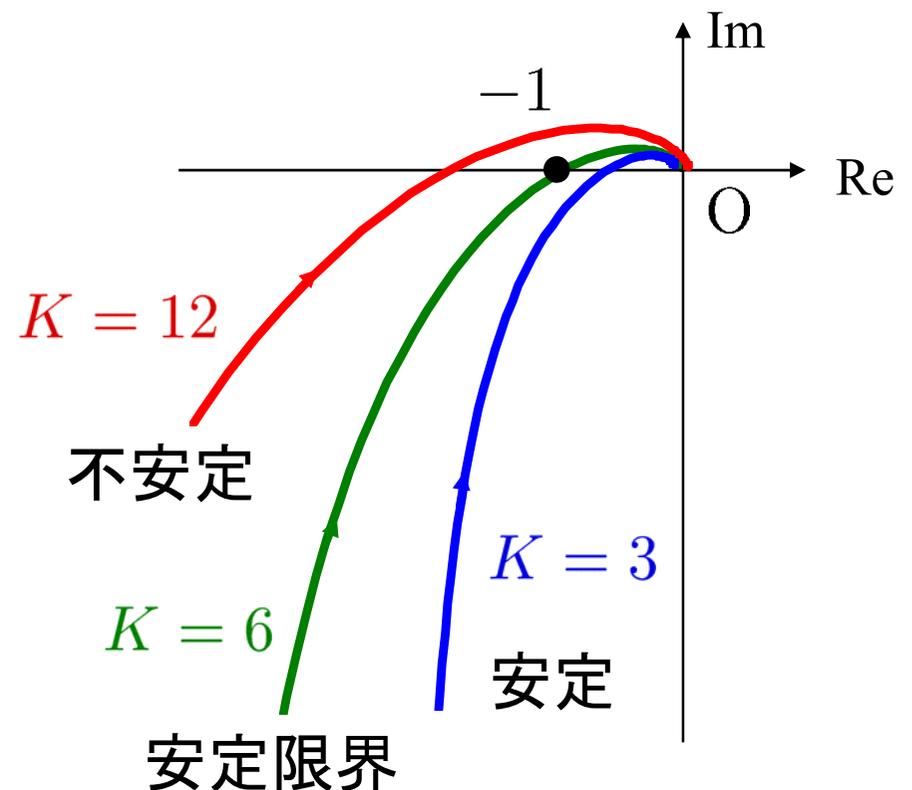
点 $(-1, 0)$ を常に左に見る
 \Rightarrow 安定

$K = 6$ のとき

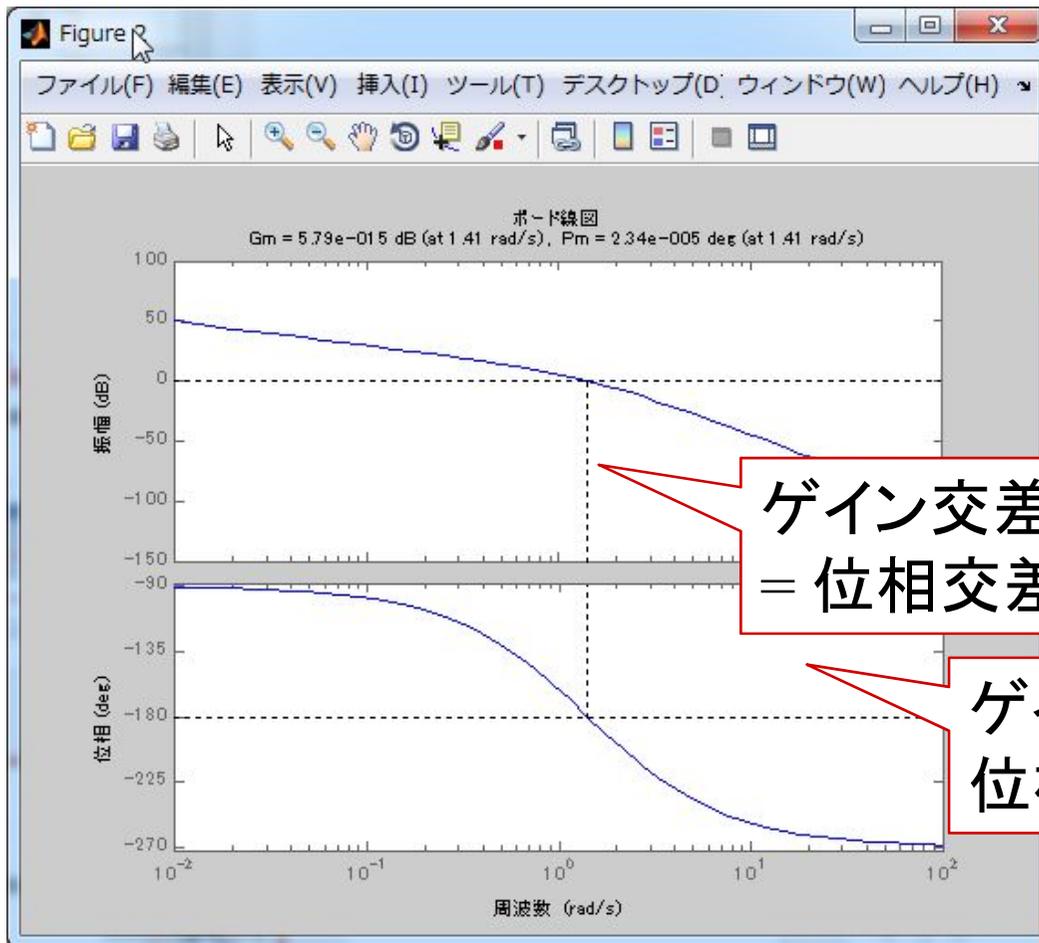
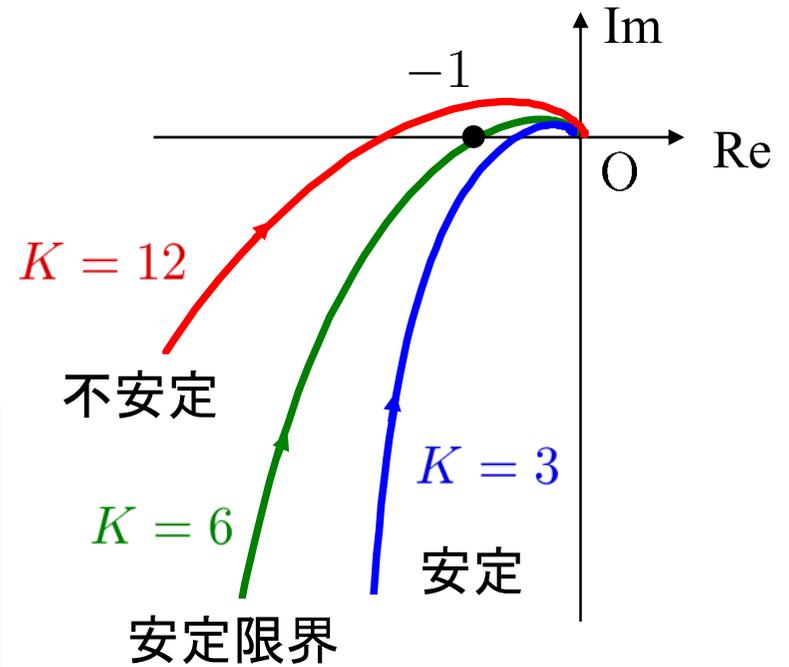
ちょうど点 $(-1, 0)$ を通過する
 \Rightarrow 安定限界

$K = 12$ のとき

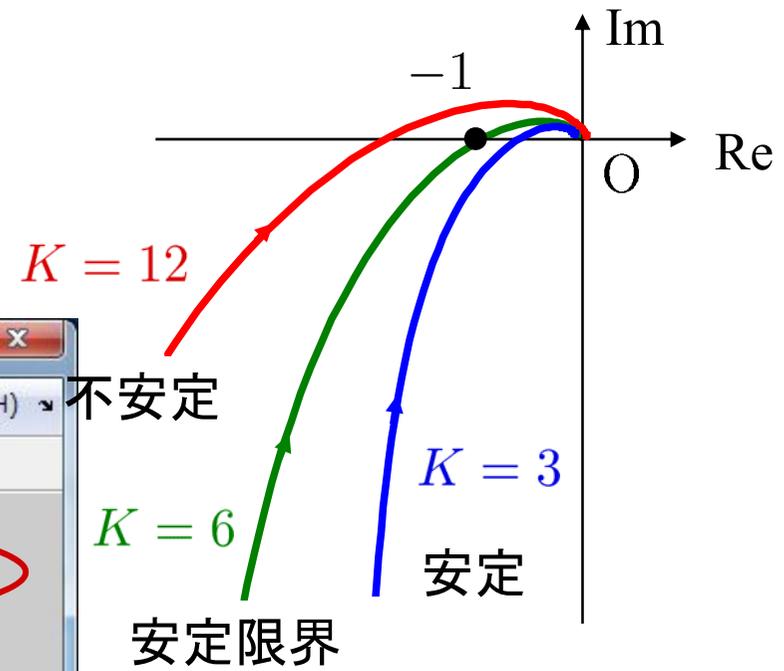
点 $(-1, 0)$ を右にみるようになる
 \Rightarrow 不安定



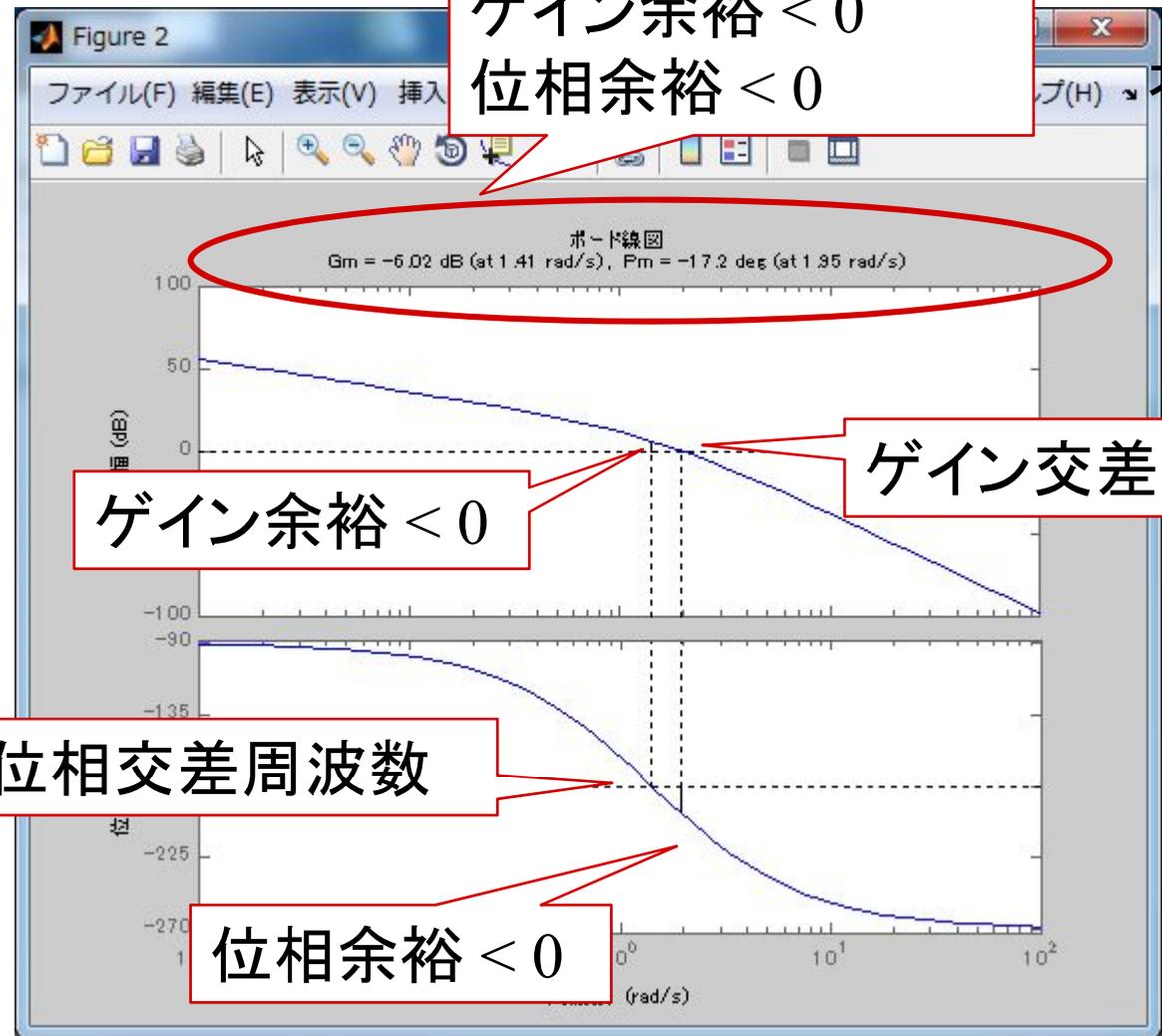
$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}, \quad K = 6$$



$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}, K = 12$$



ゲイン余裕 < 0
位相余裕 < 0



ゲイン余裕 < 0

ゲイン交差周波数

位相交差周波数

位相余裕 < 0

第6章：フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕(MATLAB演習)

キーワード：位相交差周波数, ゲイン交差周波数,
位相余裕, ゲイン余裕

学習目標：安定性の程度を評価するゲイン余裕や
位相余裕について理解する。