

## 2019年度 制御工学 II 第1回レポート (模範解答)

5年 E科 番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

【問題 1】 伝達関数が  $G(s) = 1/(s-1)$  のシステムに  
入力  $u(t) = \sin t$  を加えたときの出力  $y(t)$  を計算せよ。

(解答)

仮想的な複素数の入力  $u(t) = e^{jt} = \cos t + j \sin t$  を  
考える。このとき、出力は

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left[ G(s) \frac{1}{s-j} \right] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s-1} \frac{1}{s-j} \right] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s-j} - \frac{1}{s-1} \right] \frac{1}{-1+j} \\ &= (e^{jt} - e^t) \frac{1}{-1+j} \\ &= \frac{1}{-1+j} e^{jt} - \frac{1}{-1+j} e^t \end{aligned} \quad (1)$$

となる。ここで、図 1 から

$$\angle \frac{1}{-1+j} = -\angle(-1+j) = -\frac{3}{4}\pi \quad (2)$$

となる。

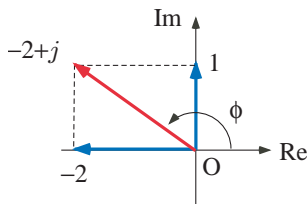


図 1:  $1-j$

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \frac{1}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} e^{-j\frac{3}{4}\pi} e^{jt} - \frac{-1-j}{1+1} e^t \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j(t-\frac{3}{4}\pi)} + \left( \frac{1}{2} e^t + j \frac{1}{2} e^t \right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos \left( t - \frac{3}{4}\pi \right) + j \sin \left( t - \frac{3}{4}\pi \right) \right) \\ &\quad + \left( \frac{1}{2} e^t + j \frac{1}{2} e^t \right) \end{aligned} \quad (3)$$

仮想的な入力の  $\sin$  成分だけ、すなわち虚数成分のみを  
取り出せばよい。よって、 $y(t)$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \text{Im}[y_1(t)] \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \left( t - \frac{3}{4}\pi \right) + \frac{1}{2} e^t \end{aligned} \quad (4)$$

【問題 2】  $\omega = 1$  のとき、次の伝達関数のゲインと位  
相を求めよ。

(a)  $\frac{1}{2s+1}$

(解答)

ゲイン

$$|G(j)| = \left| \frac{1}{j2+1} \right| = \left| \frac{1}{\sqrt{2^2+1^2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (5)$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j) &= \angle \frac{1}{j2+1} = \angle 1 - \angle(j2+1) \\ &= -\tan^{-1}(2) = -63.4^\circ \end{aligned} \quad (6)$$

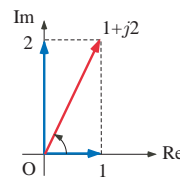


図 2:  $1+j2$

(b)  $\frac{10s+1}{s+10}$

(解答)

ゲイン

$$|G(j)| = \left| \frac{j10+1}{j+10} \right| = \left| \frac{\sqrt{10^2+1^2}}{\sqrt{1^2+10^2}} \right| = 1 \quad (7)$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j) &= \angle \frac{j10+1}{j+10} = \angle(j10+1) - \angle(j+10) \\ &= \angle(1+j10) - \angle(10+j) \\ &= \tan^{-1}(10) - \tan^{-1} \left( \frac{1}{10} \right) \\ &= 84.3 - 5.7 = 78.6^\circ \end{aligned} \quad (8)$$

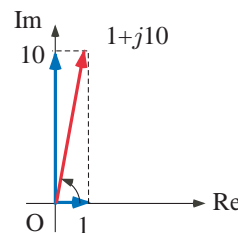


図 3:  $1+j10$

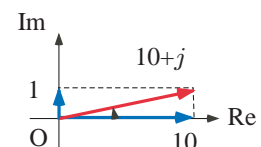


図 4:  $10+j$