2022 年度 制御工学 II 後期 第 4 回レポート (模範解答)

5 年 E 科 番号 ________ 氏名 ____________________________

[問題 1](8 章演習問題【8】)
ノミナルモデル $P(s)$ と実際の制御対象 $\tilde{P}(s)$ の伝達関数が，それぞれ以下のようであったとする。乗法的な不確かさの周波数重み $W_2(s)$ を定めよ。

(a) $P(s) = \dfrac{1}{s(T_1 s+1)}$ $\quad \tilde{P}(s) = \dfrac{1}{s(T_2 s+1)}$

(b) $P(s) = \dfrac{1}{T_1 s+1}$ $\quad \tilde{P}(s) = \dfrac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$

[解答]

乗法的な不確かさの周波数重み関数 $W_2(s)$ は $|\Delta(s)| \leq 1$ の関係を用いると

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1\right| = |\Delta(s)W_2(s)| \leq |\Delta(s)|\,|W_2(s)| \leq |W_2(s)| \quad (1)$$

となることから, 最も無駄がない不確かさの大きさを考えれば

$$\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1\right| = |W_2(s)| \quad (2)$$

となる $W_2(s)$ を求まればよい. なお, (c) に関しては教科書 p.134 例 7.4 および p.135 の図 7.8 を参考にするとよい.

(a) $P(s) = \frac{1}{s(T_1 s+1)}$, $\tilde{P} = \frac{1}{s(T_2 s+1)}$

$$\begin{aligned}\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1\right| &= \left|\frac{\frac{1}{s(T_2 s+1)}}{\frac{1}{s(T_1 s+1)}} - 1\right| = \left|\frac{s(T_1 s+1)}{s(T_2 s+1)} - 1\right| \\ &= \left|\frac{(T_1 - T_2)s}{T_2 s+1}\right|\end{aligned}$$

よって,

$$\underline{W_2(s) = \frac{(T_1 - T_2)s}{T_2 s+1}}$$

となる.

(b) $P(s) = \frac{1}{T_1 s+1}$, $\tilde{P} = \frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$

$$\begin{aligned}\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1\right| &= \left|\frac{\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}}{\frac{1}{T_1 s+1}} - 1\right| \\ &= \left|\frac{T_1 s+1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} - 1\right| \\ &= \left|\frac{-T_2 s}{T_2 s+1}\right|\end{aligned}$$

よって,

$$\underline{W_2(s) = \frac{T_2 s}{T_2 s+1}}$$

となる.

[問題 2](7 章演習問題【2】)
例 2.14，例 2.15 で考えた DC サーボモータについて，以下の問いに答えよ。

$$\theta(s) = \frac{K_\tau}{s\{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau\}} e_a(s) \quad (3)$$

(a) インダクタンス L_a は十分小さいとみなし，これを無視 ($L_a = 0$) して得られる伝達関数をノミナルモデル $P(s)$ とおく。この $P(s)$ を求めよ。

(b) 上で求めたノミナルモデル $P(s)$ と実際の伝達関数との間の乗法的な不確かさに対する周波数重み関数 $W_2(s)$ を求めよ。

[解答]

(a)

$$\begin{aligned}P(s) &= \frac{K_\tau}{s\{R_a(Js + B) + K_b K_\tau\}} \\ &= \frac{K_\tau}{s(R_a Js + R_a B + K_b K_\tau)}\end{aligned} \quad (4)$$

(b)

$$\tilde{P}(s) = \frac{K_\tau}{s\{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau\}} \quad (5)$$

より,

$$\begin{aligned}\left|\frac{\tilde{P}(s)}{P(s)} - 1\right| &= \left|\frac{\frac{K_\tau}{s\{(L_a s+R_a)(Js+B)+K_b K_\tau\}}}{\frac{K_\tau}{s(R_a Js+R_a B+K_b K_\tau)}} - 1\right| \\ &= \left|\frac{s(R_a Js + R_a B + K_b K_\tau)}{s\{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau\}} - 1\right| \\ &= \left|\frac{R_a Js + R_a B + K_b K_\tau}{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau} - 1\right| \\ &= \left|\frac{-L_a s(Js + B)}{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau}\right|\end{aligned}$$

よって,

$$W_s(s) = \frac{L_a s(Js + B)}{(L_a s + R_a)(Js + B) + K_b K_\tau} \quad (6)$$