第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

キーワード : ロバスト安定性, 相補感度関数

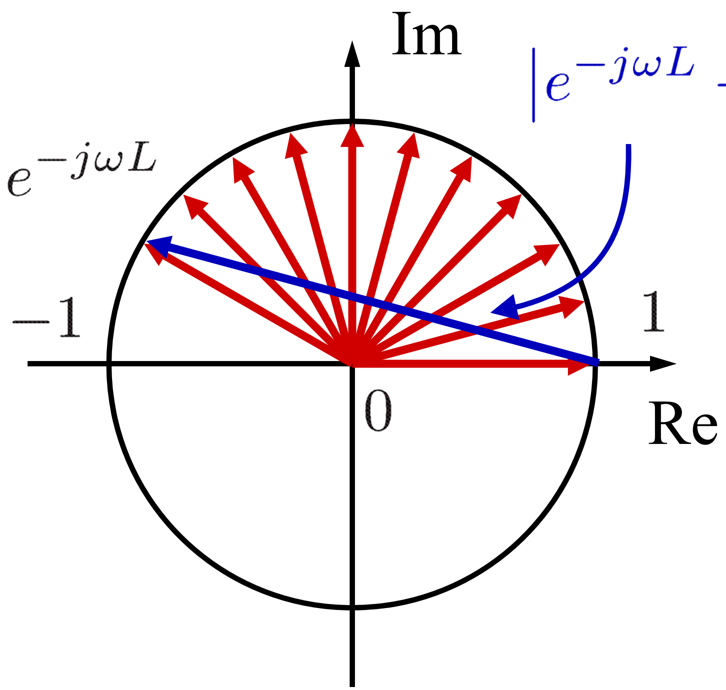
学習目標 : ロバスト安定性について, その性質と条件を理解する。

[例 7.4] むだ時間変動

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s+1}e^{-sL}, \quad 0 \leq L \leq 1$$

ノミナルモデル $\quad P(s) = \dfrac{1}{s+1}$

乗法的な不確かさの大きさ $\quad \left|\dfrac{\tilde{P}}{P} - 1\right| = \left|\dfrac{\tilde{P} - P}{P}\right| = \left|e^{-j\omega L} - 1\right|$



乗法的な不確かさの大きさ（の上限値）

$0 \leq \omega < \pi$

$$\left|e^{-j\omega L} - 1\right| \leq \left|e^{-j\omega} - 1\right|$$

$\omega \geq \pi \qquad (\because 0 \leq L \leq 1)$

$$\left|e^{-j\omega L} - 1\right| \leq 2$$

不確かさの周波数重み

$$W_2(s) = \frac{2.1s}{s+1}$$

起こりうる不確かさを
すべてカバーしている。

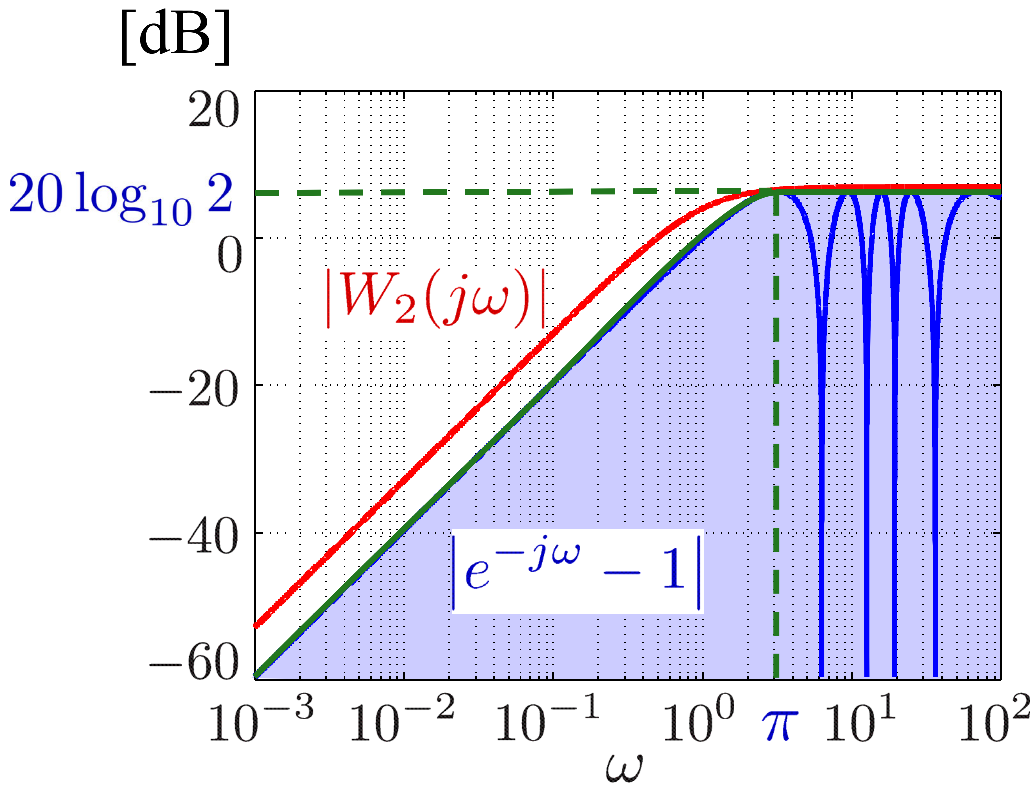


図 7.8 むだ時間変動に対する
周波数重み関数

$P(s) = \dfrac{1}{s+1}, \quad W_2(s) = \dfrac{2.1s}{s+1}$ として，

モデル集合 $\mathcal{P} = \left\{(1+\Delta(s)W_2(s))P(s), \quad |\Delta(j\omega)| \leq 1, \ {}^{\forall}\omega\right\}$

を考えると，任意の $\tilde{P}(s) = \dfrac{1}{s+1}e^{-sL}, \quad 0 \leq L \leq 1$ はこのモデル

集合の中に含まれる。

7 フィードバック制御系のロバスト性解析
7.2 ロバスト安定性

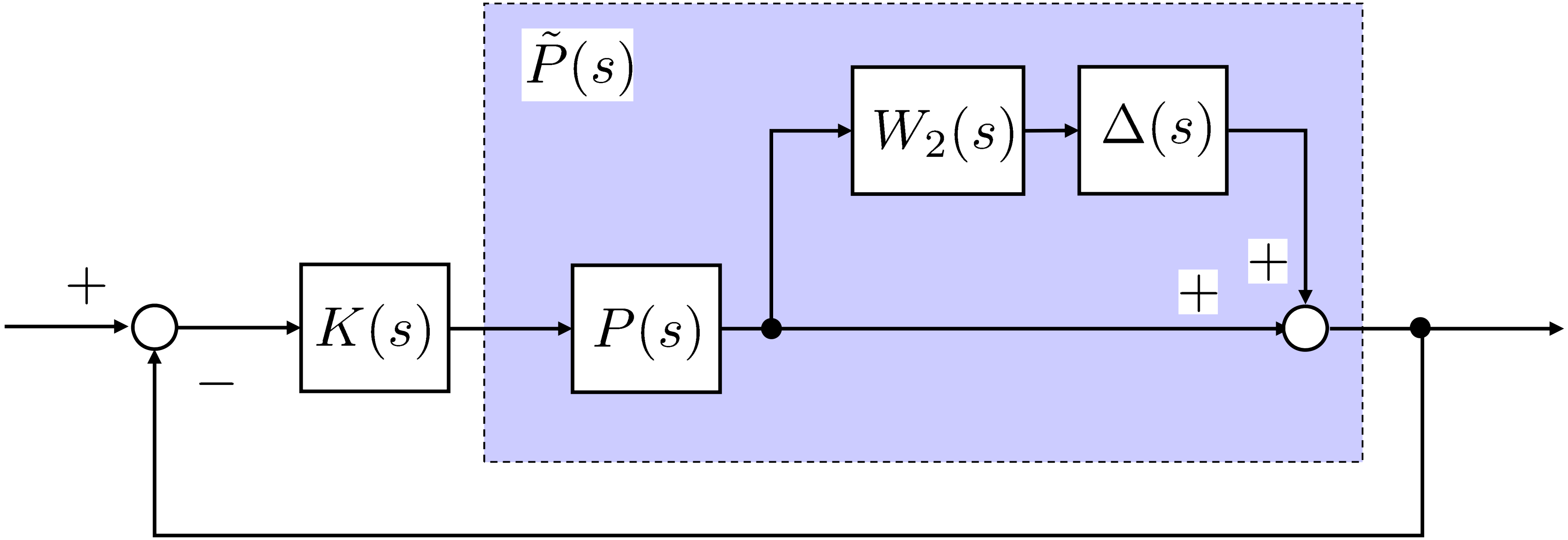


図 7.9 乗法的な不確かさを有するフィードバック系

モデルに不確かさがある場合でも，内部安定性は保たれるのか？

ロバスト安定性とは

コントローラ $K(s)$ が集合 $\mathcal{P}$ に属するすべての $\tilde{P}(s)$ に対して内部安定性を保証すること

不確かなモデル

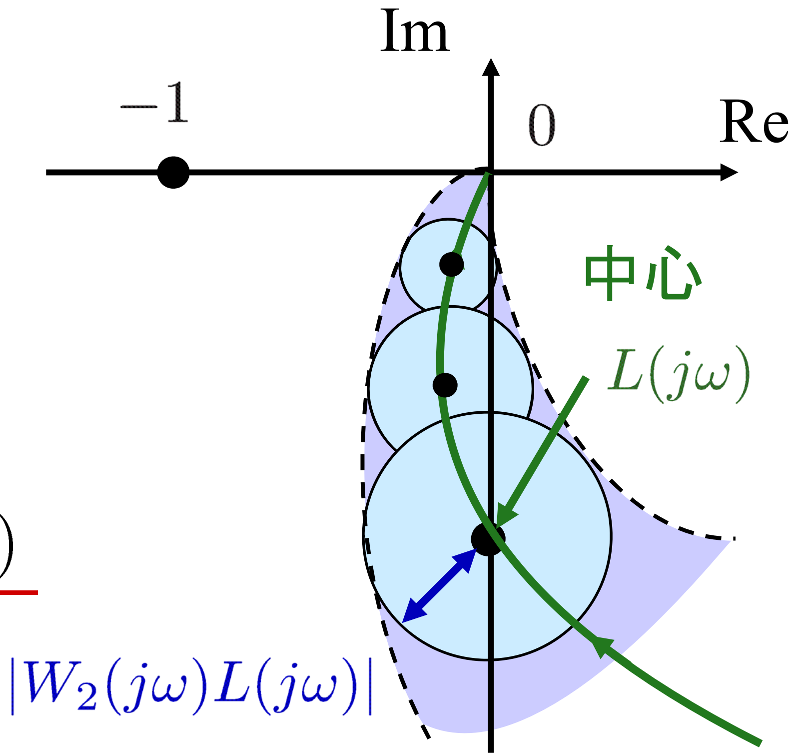
$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

不確かな開ループ伝達関数

$$\tilde{L}(s) = \tilde{P}(s)K(s)$$

$$= (1 + \Delta(s)W_2(s))\underbrace{P(s)K(s)}_{L(s)}$$

$$= \underbrace{L(s) + \Delta(s)W_2(s)L(s)}_{\text{開ループの帯}}$$



任意の $\tilde{L}(s)$ について, そのベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をまわらなければ安定

（∵ ナイキストの安定判別法）

$\tilde{L}$ のベクトル軌跡

$$\left|\tilde{L} - L\right| = |\Delta W_2 L| \leq |W_2 L|$$

半径 $|W_2 L|$, 中心 L の円盤の内側

$$|-1 - L| = |1 + L|$$

-1 と L の距離

$|W_2 L| < |1 + L|, \ ^\forall\omega$ ならば

任意の $\tilde{L}$ について, そのベクトル軌跡が点 $(-1, 0)$ をまわらない。

ロバスト安定

$$\left|\frac{W_2 L}{1 + L}\right| < 1, \quad ^\forall\omega$$

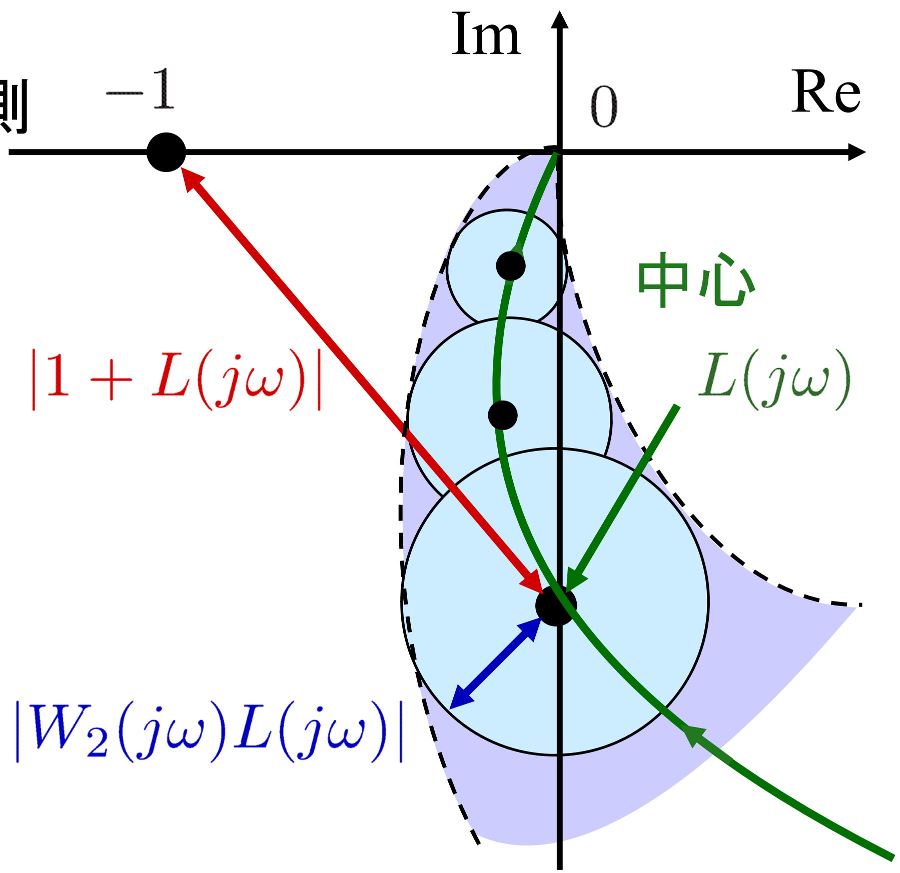
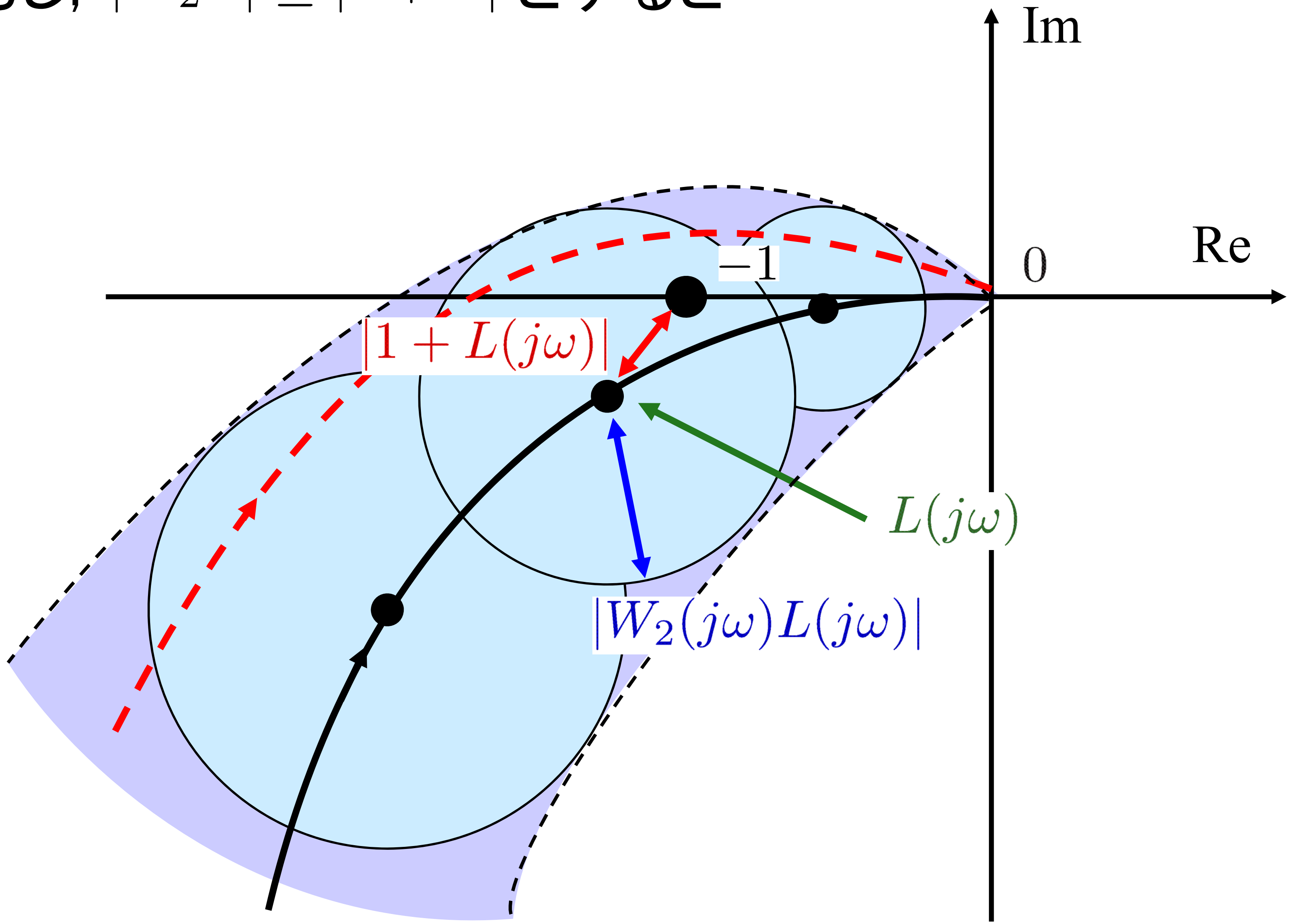
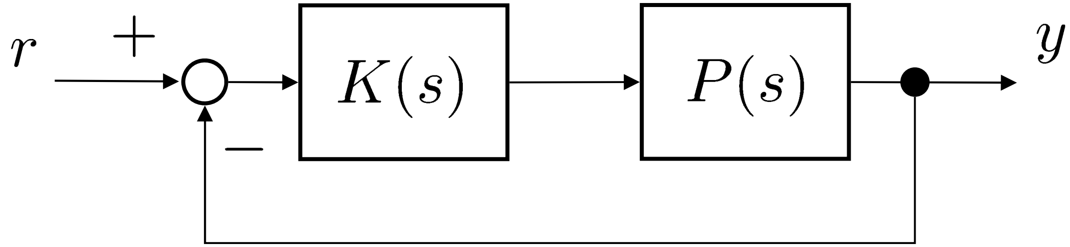


図 7.10 ベクトル軌跡によるロバスト安定性

もし, $|W_2L| \geq |1+L|$ とすると



$|W_2L| \geq |1+L|$ のとき不安定の可能性がある



相補感度関数

$$T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)}$$ ：$r \rightarrow y$ への伝達関数

感度関数

$$S(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)}$$ より,

$$S(s) + T(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)} + \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = 1$$

相補感度関数を用いると

$$\left|\frac{W_2 L}{1+L}\right| < 1, \quad {}^{\forall}\omega$$

$$\Rightarrow \quad |W_2 T| < 1, \quad {}^{\forall}\omega$$

よって,

$$|T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad {}^{\forall}\omega$$

T は小さい方が良い

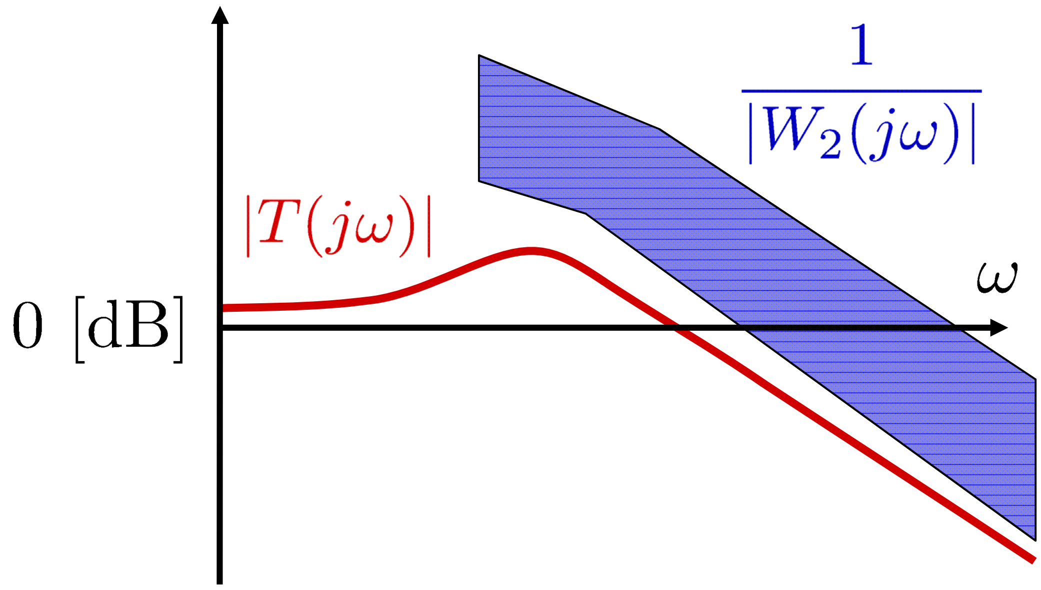


図 7.11 相補感度関数と
ロバスト安定性

第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.2 ロバスト安定性

キーワード：ロバスト安定性, 相補感度関数

学習目標：ロバスト安定性について, その性質と条件を理解する。