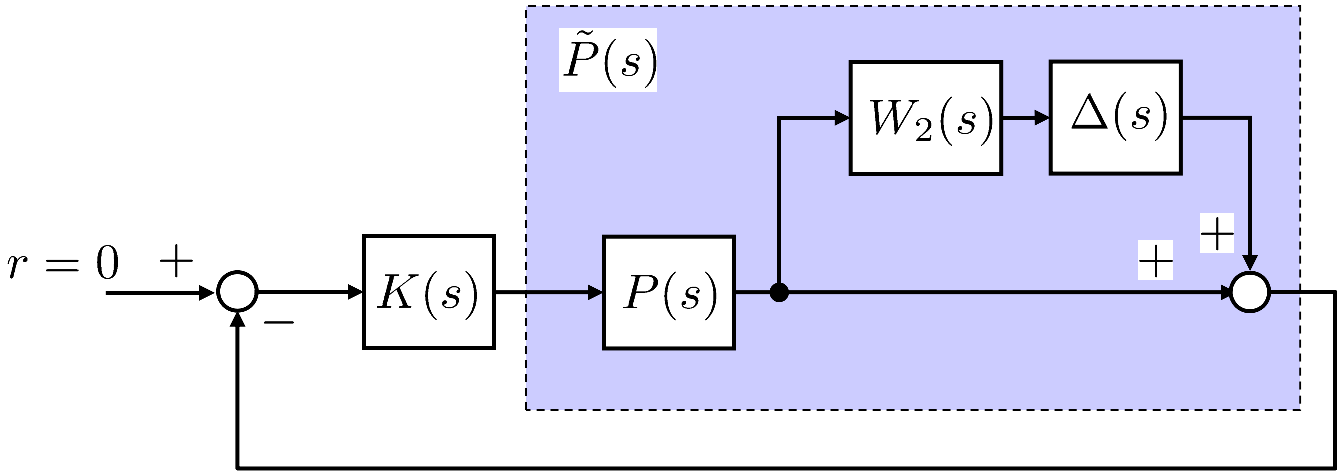
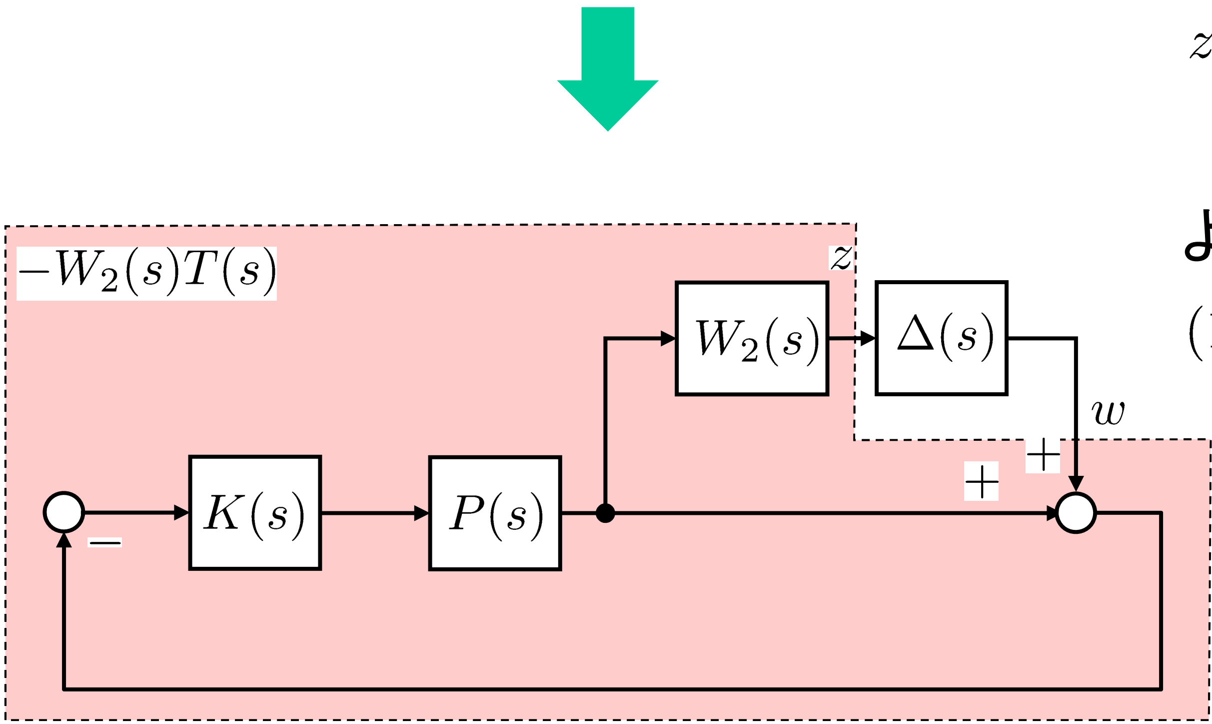
第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.3 制御性能のロバスト性

キーワード : ノミナル性能, 感度関数
ロバスト性能

学習目標 : ノミナル性能, 制御性能のロバスト性について
理解する。



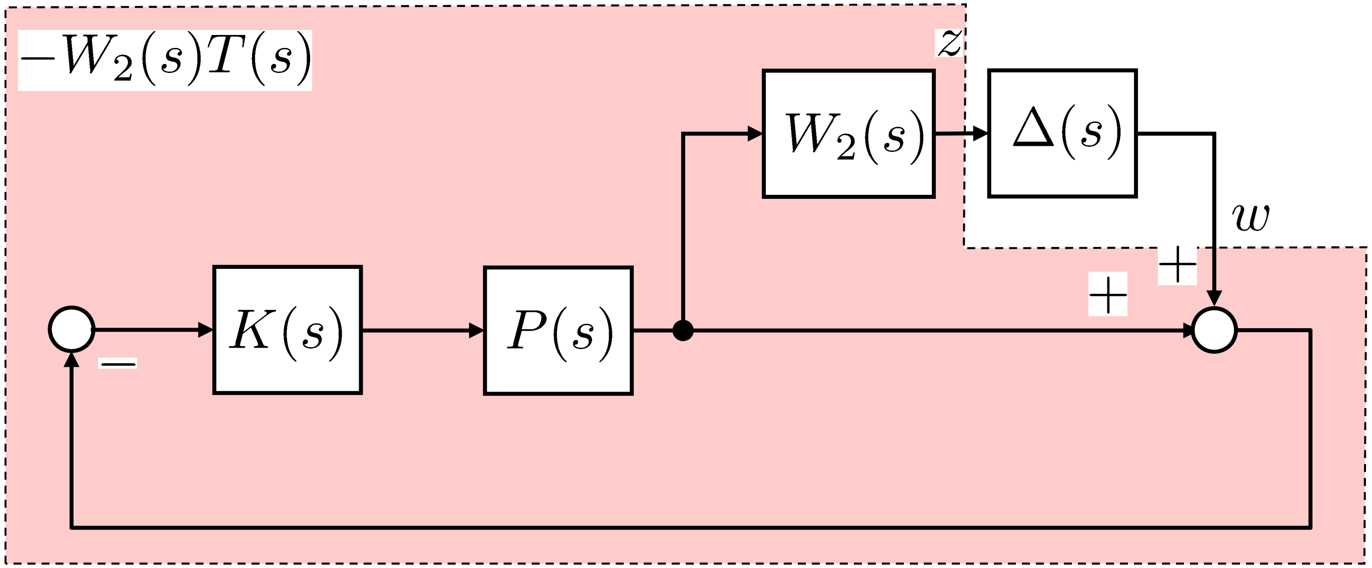


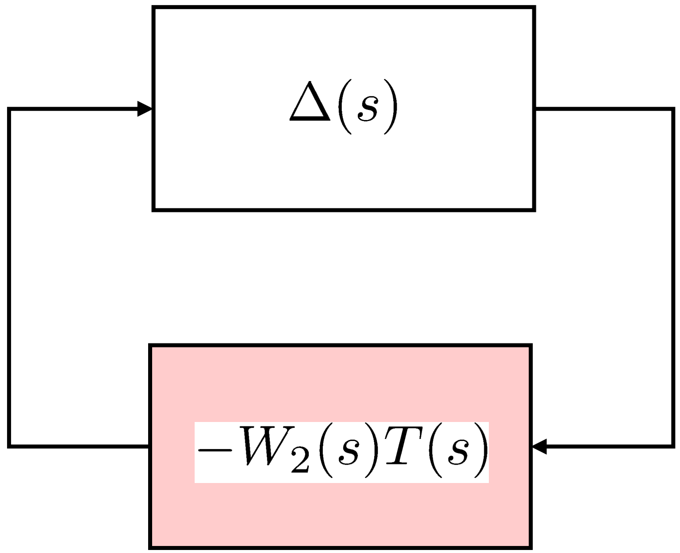
$$z = W_2PK\left(-w - \frac{z}{W_2}\right)$$
$$= -W_2PKw - PKz$$

よって

$$(1+PK)\,z = -W_2PKw$$
$$\frac{z}{w} = \frac{-W_2PK}{1+PK}$$
$$= -W_2T$$

図 7.12 ロバスト安定性と小ゲイン定理





$$|\Delta| \leq 1$$

$$|W_2 T| < 1$$

7 フィードバック制御系のロバスト性解析
7.3 制御性能のロバスト性

ノミナル性能

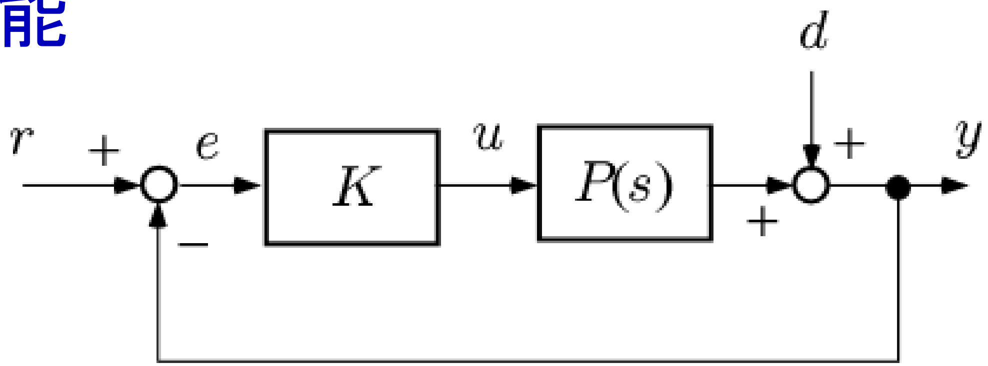


図 7.13 フィードバック制御系

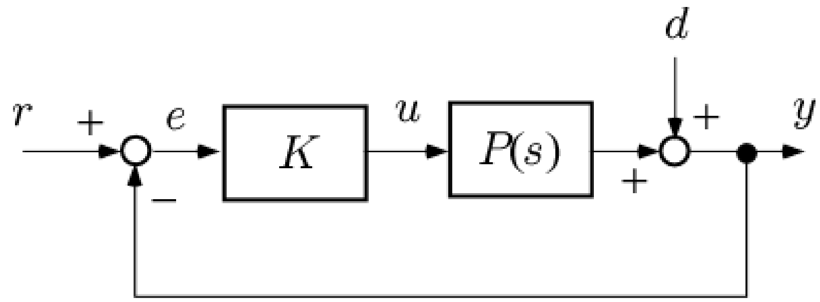
$$\Delta_T = \frac{1}{1+PK}\Delta_P$$ ：パラメータ変動に対する感度

$$y = \frac{1}{1+PK}d$$ ：外乱に対する感度

$$e = \frac{1}{1+PK}r$$ ：目標値応答

フィードバック性能の指標

$S = \dfrac{1}{1+PK}$ は小さい方がよい

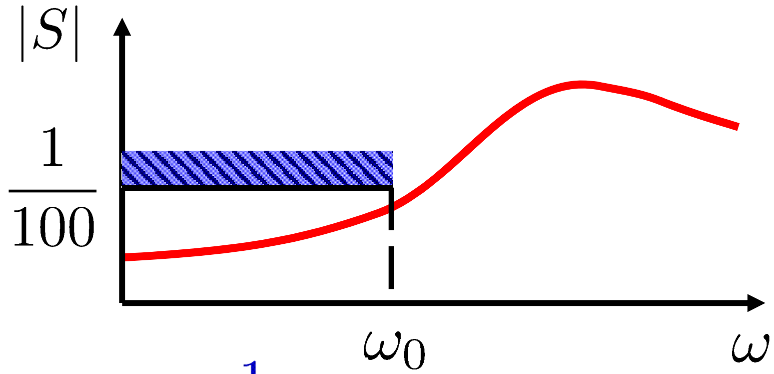


[例] 外乱 d (ω_0 以下)で $\dfrac{1}{100}$ 未満にしたい

$y = Sd$ より

$$|S| < \frac{1}{100}, \quad {}^\forall\omega \le \omega_0$$

$$|W_1| \ge 100, \quad {}^\forall\omega \le \omega_0$$



$W_1(s)$: 重み関数

$$|S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad {}^\forall\omega$$

$$\Rightarrow \quad |W_1 S| < 1, \quad {}^\forall\omega$$

ノミナル性能

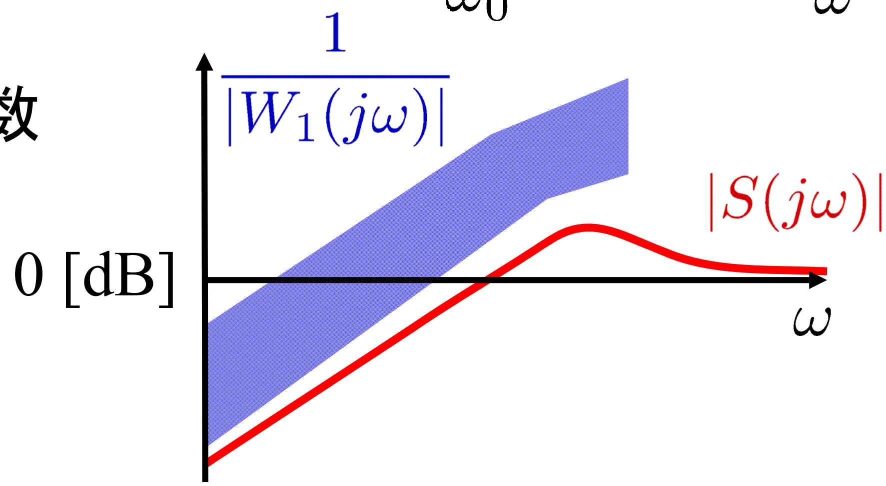


図 7.14 感度関数とノミナル性能

$$|W_1 S| < 1, \quad {}^\forall\omega \quad \Rightarrow \quad |W_1| < |1 + L|, \quad {}^\forall\omega$$

$$\left(S = \frac{1}{1+PK} = \frac{1}{1+L} \right)$$

L は $(-1, 0)$ から $|W_1|$ だけ離れていなければならない

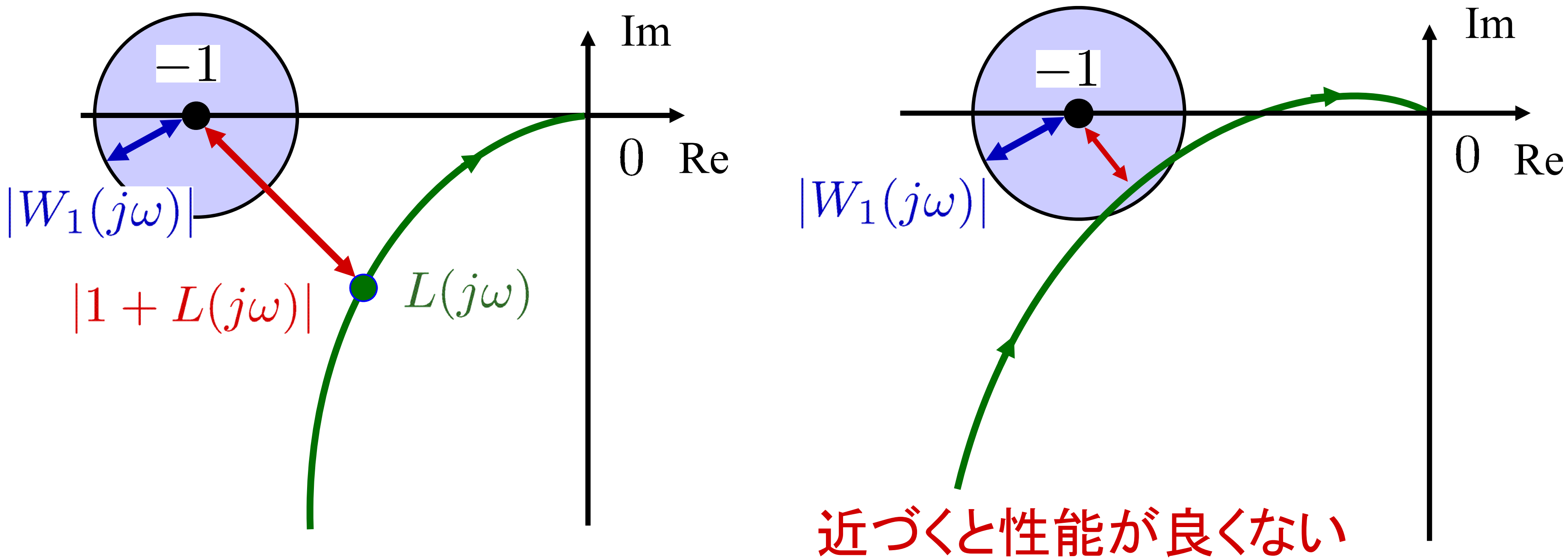


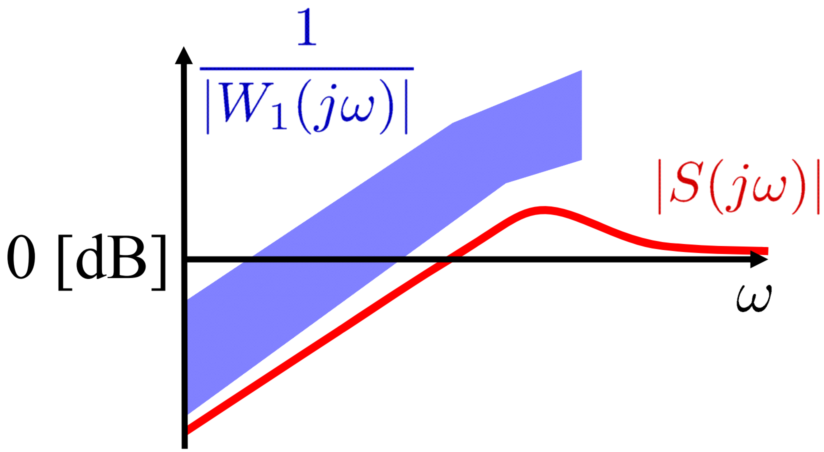
図 7.15 ベクトル軌跡によるノミナル性能

ノミナル性能

$$|S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad {}^{\forall}\omega$$

$$\Rightarrow \quad |W_1 S| < 1, \quad {}^{\forall}\omega$$

S は小さい方が良い

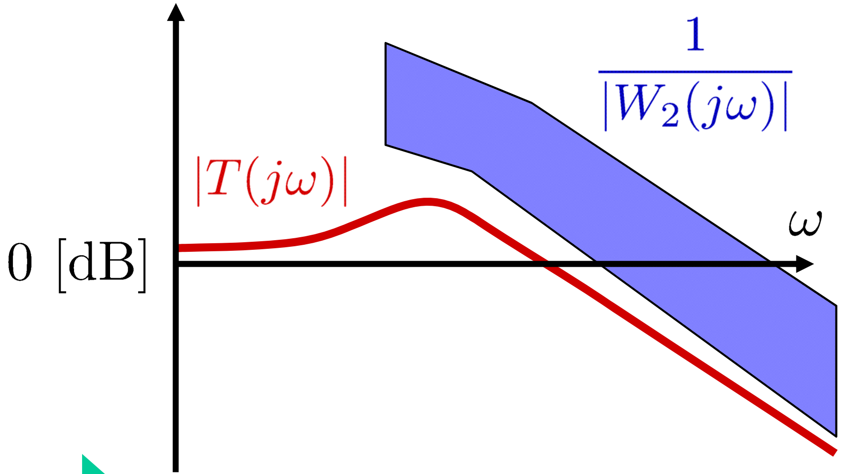


ロバスト安定性

$$|T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad {}^{\forall}\omega$$

$$\Rightarrow \quad |W_2 T| < 1, \quad {}^{\forall}\omega$$

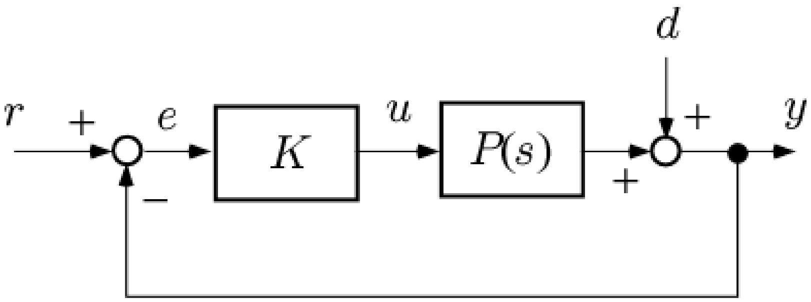
T は小さい方が良い



トレードオフ

補間条件 $S + T = 1$

ロバスト性能

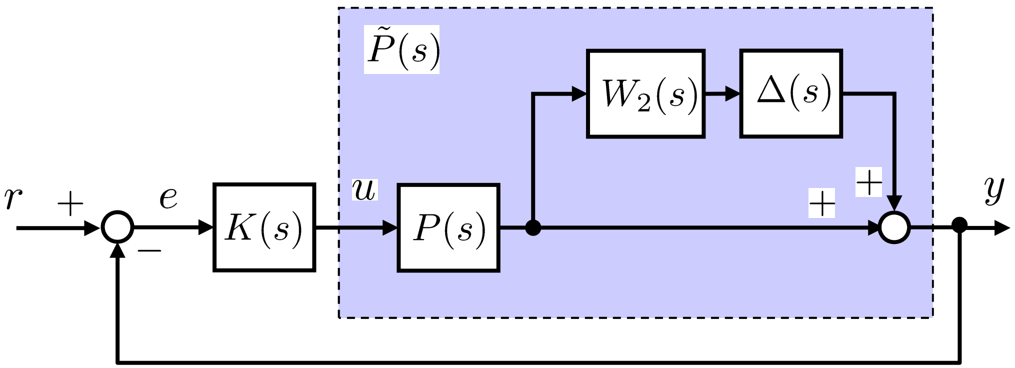


（不確かな）感度関数

$$\tilde{S} = \frac{1}{1+\tilde{P}K}, \quad \tilde{P} = (1+\Delta W_2)P$$

（$\Delta = 0$ のとき $\tilde{P} = P$, $\tilde{S} = S$ ：ノミナル性能）

不確かさがある場合でも, （安定性だけでなく）
性能も保持されるのか？

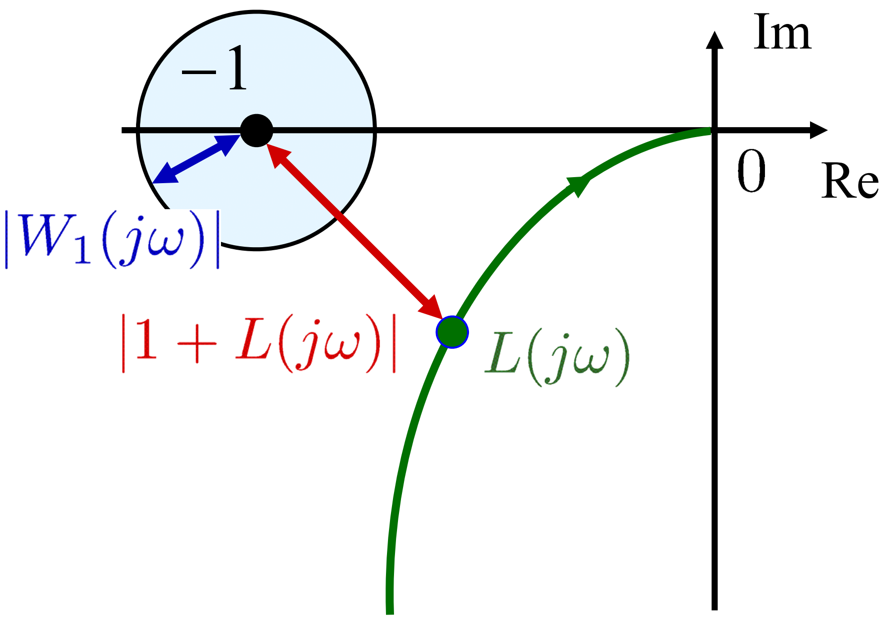


ロバスト性能

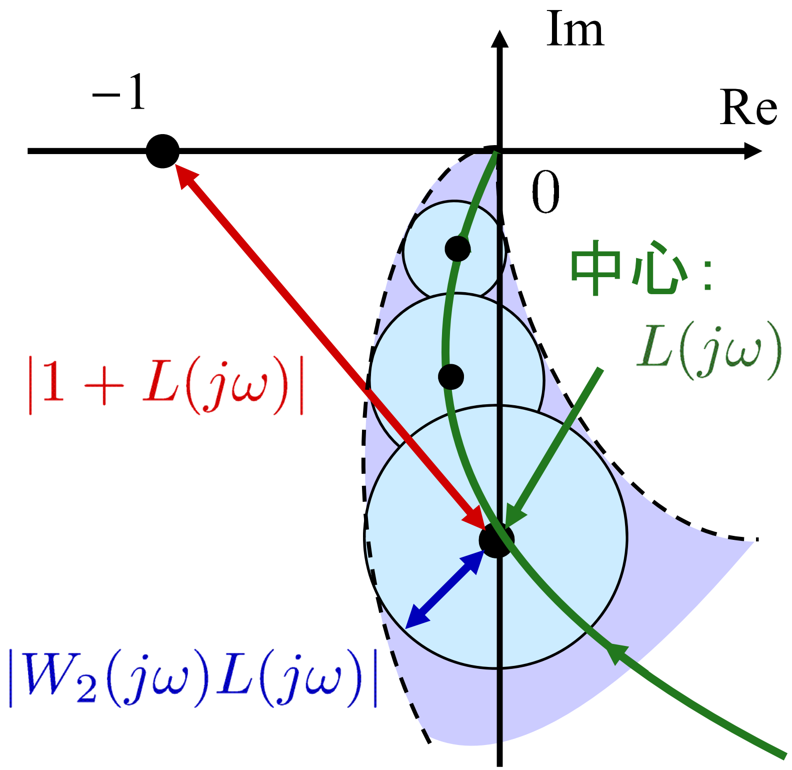
(i) ロバスト安定

(ii) $|W_1\tilde{S}| < 1, \quad {}^{\forall}\omega, \quad {}^{\forall}\tilde{P} \in \mathcal{P}$

任意の $\tilde{L}$ について, そのベクトル
軌跡が $(-1, 0)$ から $|W_1|$ だけ離れていなければならない



ノミナル性能



ロバスト安定性

ロバスト性能条件

$$|W_1| + |W_2 L| < |1 + L|$$

$$\Rightarrow \quad \left|\frac{W_1}{1+L}\right| + \left|\frac{W_2 L}{1+L}\right| < 1$$

よって

$$|W_1 S| + |W_2 T| < 1, \quad {}^{\forall}\omega$$

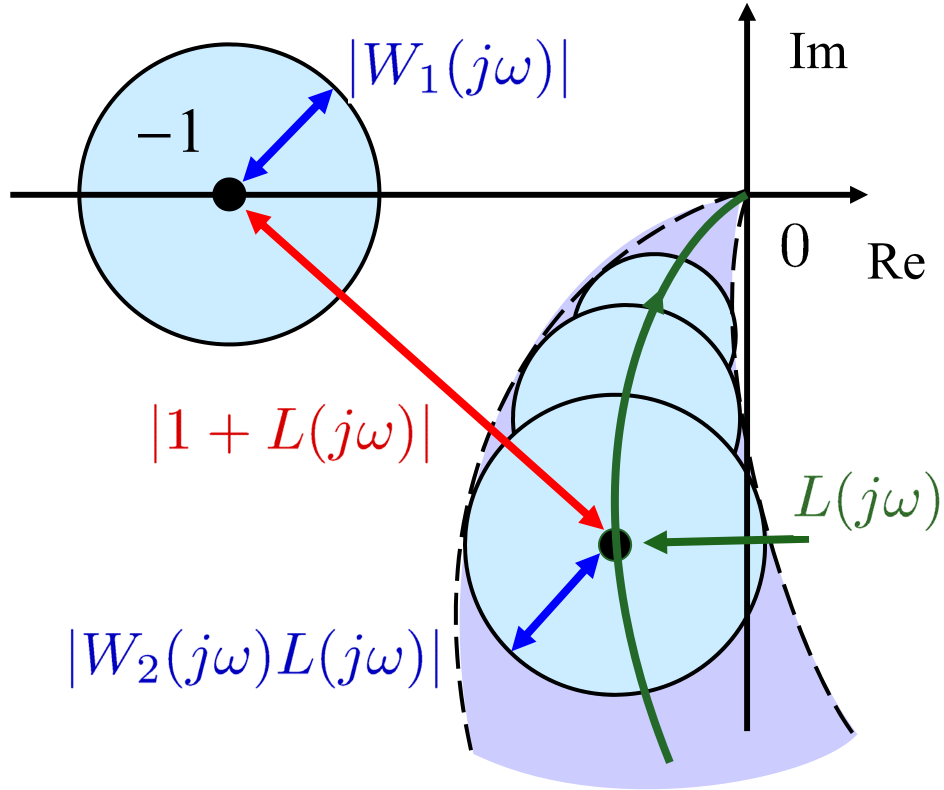


図 7.16　ベクトル軌跡によるロバスト性能

フィードバック制御系のロバスト性解析

ノミナル安定（NS）： $\phi = D_P D_K + N_P N_K = 0$ が安定

（S, T, KS, PS が安定）

ノミナル性能（NP）： $|W_1 S| < 1, \quad {}^\forall \omega$

ロバスト安定（RS）： $|W_2 T| < 1, \quad {}^\forall \omega$

ロバスト性能（RP）： $|W_1 S| + |W_2 T| < 1, \quad {}^\forall \omega$

補間条件： $S + T = 1, \quad {}^\forall \omega$

第 7 章 :フィードバック制御系のロバスト性解析

7.3 制御性能のロバスト性

キーワード : ノミナル性能, 感度関数
ロバスト性能

学習目標 : ノミナル性能, 制御性能のロバスト性について
理解する。