

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を
習得する。

1

位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \quad (\alpha_1 < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$

[注] 高周波ゲイン→大

➡ ノイズ増幅
ロバスト安定性の劣化

ゲイン

$$20 \log |K(j\omega)| \text{ [dB]}$$

$$20 \log(K/\alpha_1)$$

$$20 \log(K_1/\sqrt{\alpha_1})$$

$$20 \log K_1$$

$$+20 \text{ dB/dec}$$

$$\frac{1}{T_1}$$

$$\omega_{\max}$$

$$\frac{1}{\alpha_1 T_1}$$

$$\phi_{\max}$$

$$90^\circ$$

$$0^\circ$$

$$\omega \text{ [rad/s]}$$

図8.13 位相進み補償のボード線図

位相が最も進む角周波数 $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}}$

$$\text{位相進みの最大値 } \sin \phi_{\max} = \frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$$

8章演習問題[4] 2

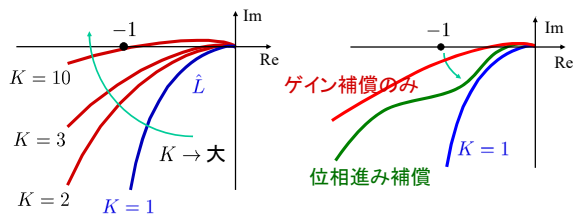
ベクトル軌跡で見る位相進み補償

制御対象 $P(s)$

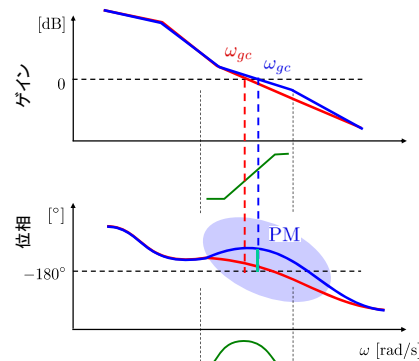
$$\hat{L} = PK \quad K: \text{ゲイン補償}$$

位相進み補償

位相余裕を増加させる



3



4

位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、
ゲイン補償 K_1 の値を決める。

[ステップ2] [ステップ1]の K_1 を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$ のボード線図を描き、その位相余裕 PM を評価する。

与えられた位相余裕 PM とこの PM との差 $\phi = \text{PM} - \text{PM}$ が、必要な位相進み量となる。

これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し、
 $\phi_{\max} = \phi + (5^\circ \text{以上})$ と定める。

[ステップ3] $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{\max}}{1 + \sin \phi_{\max}}$ から、パラメータ α_1 の値を決める。

5

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、
ゲインが $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$ 倍に上がる。

そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数 ω_{\max} とおく。

[ステップ5] $\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}}$ から、パラメータ T_1 の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は、

$$\frac{1}{T_1} = \omega_{\max} \sqrt{\alpha_1}, \quad \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{\max}}{\sqrt{\alpha_1}} \text{ となる。}$$

[ステップ6] 以上で設計パラメータ K_1, α_1, T_1 が定められたので、

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \text{ から、位相進み補償を構成する。}$$

6

[例 8.4]
 制御対象 $P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$ 性能仕様
 ゲイン交差周波数(速応性) $\omega_{gc} \geq 2$
 位相余裕(減衰特性) $PM \approx 40^\circ$

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、
ゲイン補償 K_1 の値を決める。

ゲイン補償 $K_1 = 5$
 開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$
 ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 2.1 > 2$
 $\omega_{gc} \geq 2$ を満たす OK

図8.14 開ループ特性 7

[ステップ2] [ステップ1]の K_1 を用いて開ループ伝達関数 $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$ のボード線図を描き、その位相余裕 PM を評価する。
 与えられた位相余裕 PM とこの PM との差 $\hat{\phi} = PM - PM$ が、必要な位相進み量となる。
 これに適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し、
 $\phi_{max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$ と定める。

位相余裕 $PM = 13.6^\circ$
 性能仕様は $PM \approx 40^\circ$
 $\hat{\phi} = PM - PM = 40 - 13.6 = 26.4^\circ$ (必要な位相進み量)
 $\phi_{max} = \hat{\phi} + 10^\circ = 36.4^\circ$ (マージン)

図8.14 開ループ特性 8

[ステップ3] $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$ から、パラメータ α_1 の値を決める。

$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$
 $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$
 $\phi_{max} = 36.4^\circ$
 $\alpha_1 = 0.255$

図8.14 開ループ特性 9

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、ゲインが $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$ 倍に上がる。
 そこで $|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数 ω_{max} とおく。

$|\hat{L}(j\omega_{max})| = \sqrt{\alpha_1} = 0.505$
 に下がっている。(後で 0 dB に上がる。)
 $\omega_{max} = 3.0$

図8.14 開ループ特性 10

[ステップ5] $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$ から、パラメータ T_1 の値を決める。
 このとき位相進み補償の折点角周波数は、
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{max} \sqrt{\alpha_1}$, $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{\alpha_1}}$ となる。

$\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{max}}$
 $\omega_{max} = 3.0, \alpha_1 = 0.255$
 $T_1 = 0.660$

折点角周波数
 $\frac{1}{T_1} = 1.52, \frac{1}{\alpha_1 T_1} = 5.94$

図8.14 開ループ特性 11

[ステップ6] 以上で設計パラメータ K_1, α_1, T_1 が定められたので、
 $K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$ から、位相進み補償を構成する。

位相進み補償
 $K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$
 $K_1 = 5, \alpha_1 = 0.255, T_1 = 0.660$
 $K(s) = 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} = \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94}$

ゲイン交差周波数 $\omega_{gc} = 3.0$
 位相余裕 $PM = 38^\circ$

図8.14 開ループ特性 12

[CHECK]

性能仕様

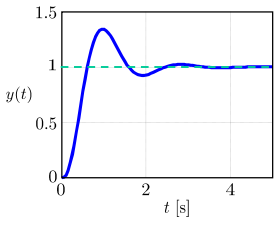
ゲイン交差周波数(速応性)
 $\omega_{gc} \geq 2$

位相余裕(減衰特性)
 $PM \approx 40^\circ$

$\omega_{gc} = 3.0 (= \omega_{max})$ OK

$PM \approx 38^\circ$ OK

ステップ応答 OK



13

MATLAB演習

制御対象(モータ) 性能仕様

$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$ ゲイン交差周波数(速応性) $\omega_{gc} \geq 20$
 位相余裕(減衰特性) $PM \geq 40^\circ$

[ステップ1][ステップ2] file9_1.m を実行

- 速応性が性能仕様 $\omega_{gc} \geq 20$ を満たすように K_1 を設計せよ。
- 設計した K_1 のときのゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。

```
file9_1.m
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
K1 = 1; % 性能を満たす K1 をここに         %
% ----- %
```

14

[ステップ2]

- 性能仕様の位相余裕 $PM = 40^\circ$ と[ステップ1]で求めた PM との差 $\hat{\phi} = PM - PM$ を答えよ。
- $\hat{\phi}$ に適当な(例えば 5° 以上の)余裕を考慮し, ϕ_{max} を答えよ。

[ステップ3] file9_2.m を実行

- $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$ から, パラメータ α_1 の値を答えよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
phimax = 1; % phi_max の値をここに         %
% ----- %
```

MATLABの画面で確認

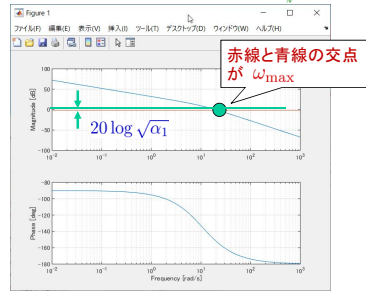
```
alpha1 = xxxxxxx % Xxxx に値が出る
```

15

[ステップ4] file9_3.m を実行

$|\hat{L}(j\omega)|$ が $\sqrt{\alpha_1}$ ($= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$ [dB]) である角周波数 ω_{max} を答えよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
K1 = 1; % K1, alpha1 の値をここに         %
alpha1 = 1; % ----- %
```



16

[ステップ5] file9_4.m を実行

- $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{max}}$
 から, パラメータ T_1 の値を求めよ。
- 折点角周波数
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{max} \sqrt{\alpha_1}, \frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{\alpha_1}}$ を求めよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
omega_max = 1; % omega_max, alpha1 の値をここに         %
alpha1 = 1; % ----- %
```

MATLABの画面で確認

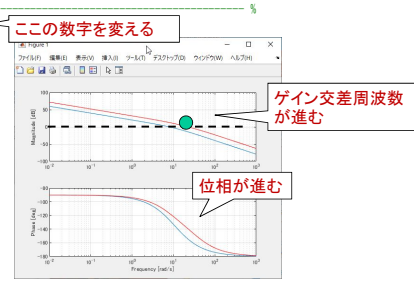
```
T1 = xxxxxxx % Xxxx に値が出る
1/T1 = xxxxxxx
1/alpha1*T1 = xxxxx
```

17

[ステップ6] file9_5.m を実行

- 設計パラメータ K_1, α_1, T_1 を入れて, ゲイン交差周波数 ω_{gc} , 位相余裕 PM を求めよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
K1 = 1; % この数字を変える
alpha1 = 1; % ----- %
T1 = 1; % ----- %
```



18

[CHECK] susumi.mdl を開く

19

[CHECK] dataplot.m を実行

20

21

22

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。

23