

第 5 章 : 周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

高次系 $G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m)$

出発点

ゲイン

原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$|G(0)| = \frac{b_0}{a_0} \quad (a \neq 0)$$

原点に l 位の極をもつとき

$$|G(0)| = \infty$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &\rightarrow \angle \frac{b_0}{(j\omega)^l} = \angle \frac{1}{j^l} \cdot \frac{b_0}{\omega^l} \\ &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \end{aligned}$$

この方向の無限遠方から出発する

終点

ゲイン

終点 $\omega \rightarrow \infty$ のとき

$$|G(j\omega)| = 0 \quad (n > m)$$

$$|G(j\omega)| = b_m \quad (n = m)$$

位相

$$\angle G(j\omega) \approx \angle \frac{b_m}{(j\omega)^{n-m}}$$

$$\begin{aligned} &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \end{aligned}$$

この方向から原点に向う

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$\frac{1}{s}$ が存在しない

(例) 原点に 1 位の極をもつとき ($l = 1$)

$$G(s) = \frac{1}{s}$$
$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$\frac{1}{s}$ が1つ存在する

(例) 原点に 2 位の極をもつとき ($l = 2$)

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$
$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

$\frac{1}{s}$ が2つ存在する

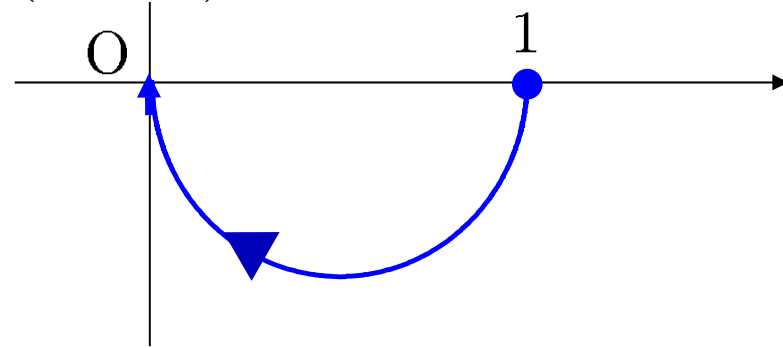
(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n > m$)

$$G(s) = \frac{1}{s+1} = \frac{1 \times s^0}{s^1 + 1}$$

$m = 0$

$b_m = b_0 = 1$ $n = 1$

$n = 1, m = 0, n - m = 1, l = 0$



出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算

$$|G(0)| = \frac{1}{0+1} = 1$$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$

$$\begin{aligned} \angle G(0) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$n > m$ より

$$|G(\infty)| = 0$$

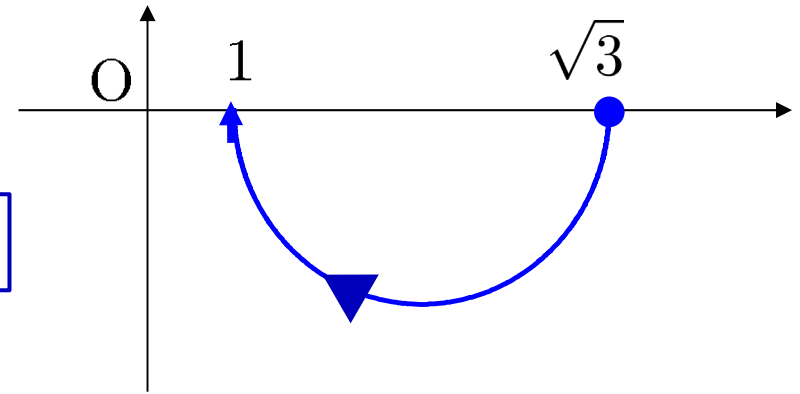
位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= -90^\circ \end{aligned}$$

(例)原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n = m$)

$$G(s) = \frac{s + \sqrt{3}}{s + 1} = \frac{1 \times s^1 + \sqrt{3} \times s^0}{s^1 + 1}$$

b_1 (coefficient of s^1 in numerator)
 $m = 1$ (order of numerator)
 b_0 (constant term in denominator)
 $n = 1$ (order of denominator)



$$n = 1, m = 1, n - m = 0, l = 0$$

出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算

$$|G(0)| = \frac{0 + \sqrt{3}}{0 + 1} = \sqrt{3}$$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$

$$\begin{aligned} \angle G(0) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$$|G(\infty)| = b_1 = 1$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

(例) 原点に1位の極をもつとき

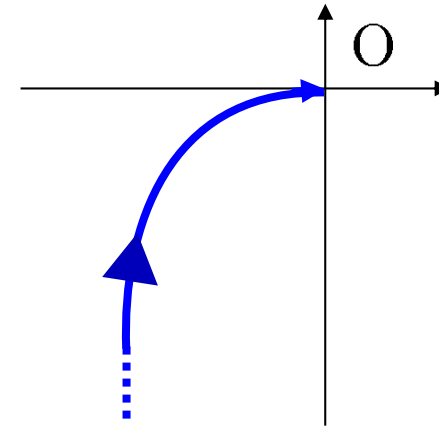
$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{s^2+s}}$$

$$b_m = b_0 = 1$$

$$l = 1$$

$$n = 2$$

$$n = 2, m = 0, n - m = 2, l = 1$$



出発点

ゲイン

$$\frac{1}{s} \text{ がある } |G(0)| = \infty$$

位相

$$\frac{1}{s} \text{ が1つある } (l = 1)$$

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= -90^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$$n > m \text{ より}$$

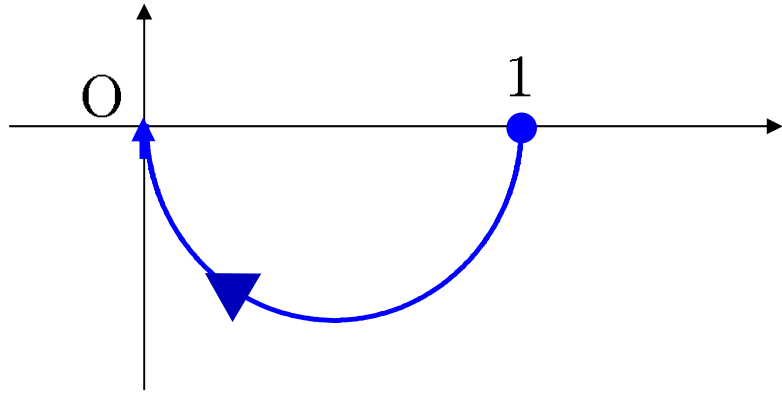
$$|G(\infty)| = 0$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= -180^\circ \end{aligned}$$

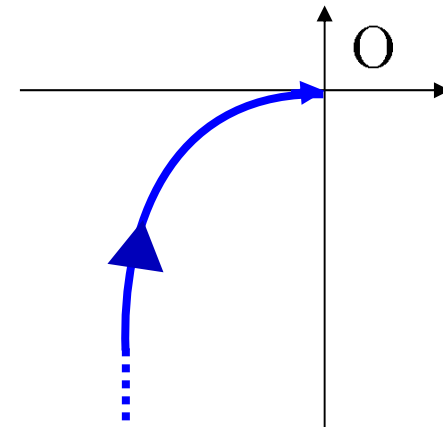
原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \quad (n - m = 1, l = 0)$$



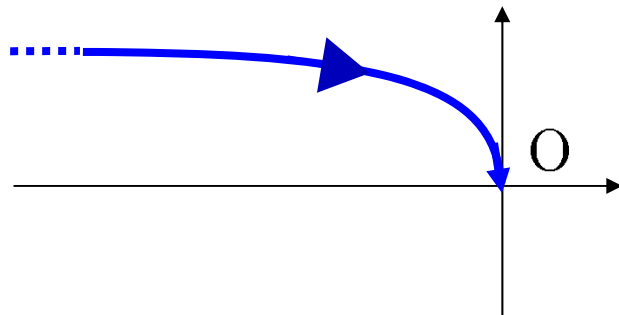
原点に1位の極をもつとき

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (n - m = 2, l = 1)$$



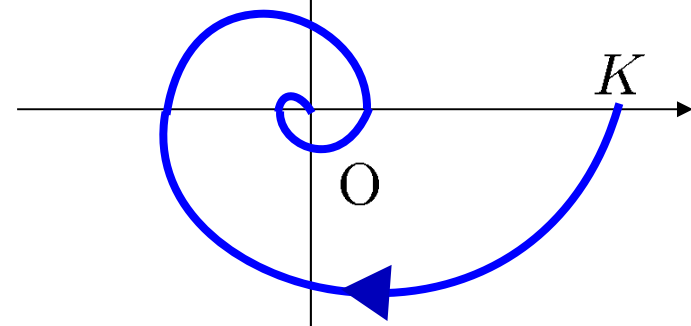
原点に2位の極をもつとき

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad (n - m = 3, l = 2)$$



むだ時間を含む系

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls}$$

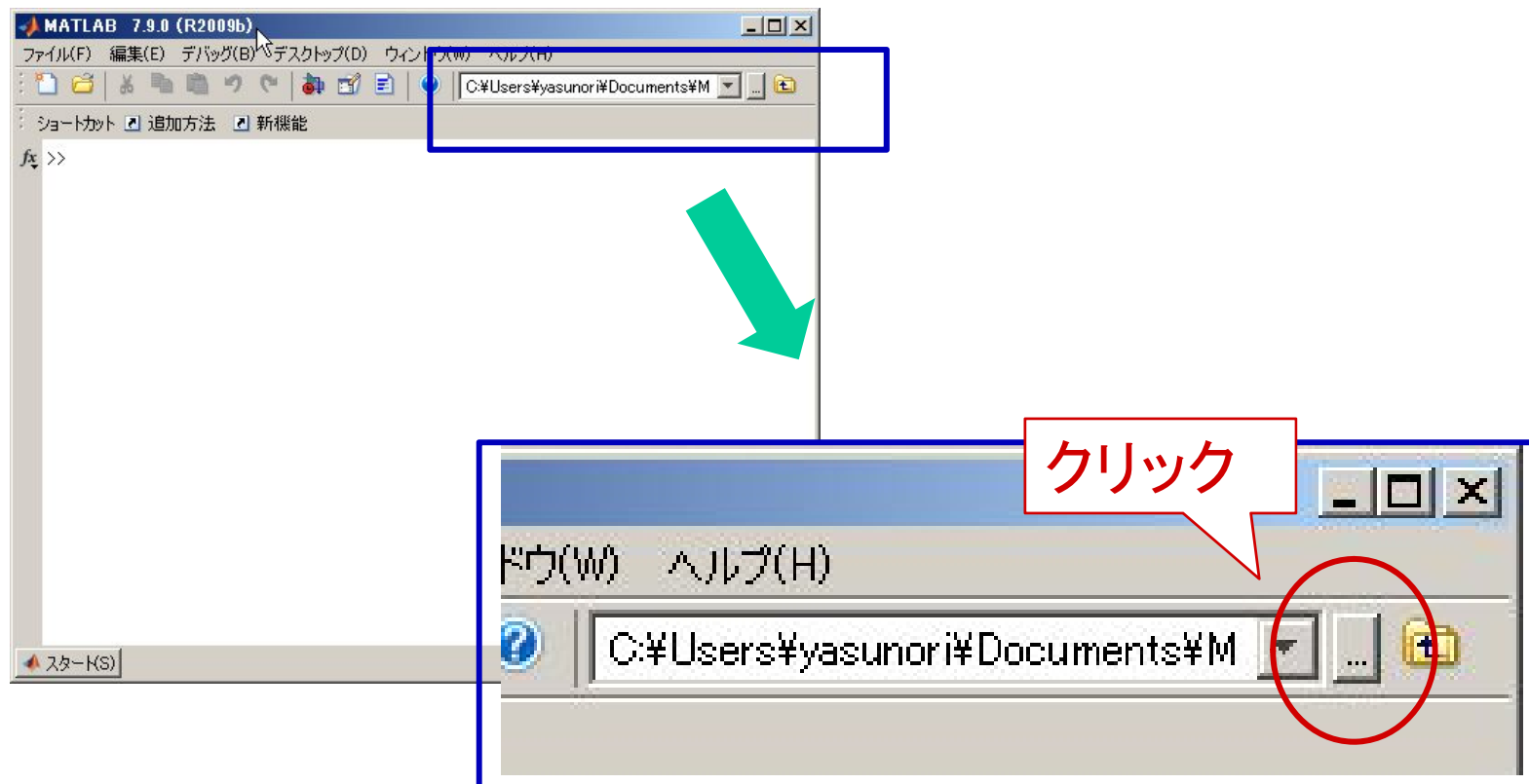


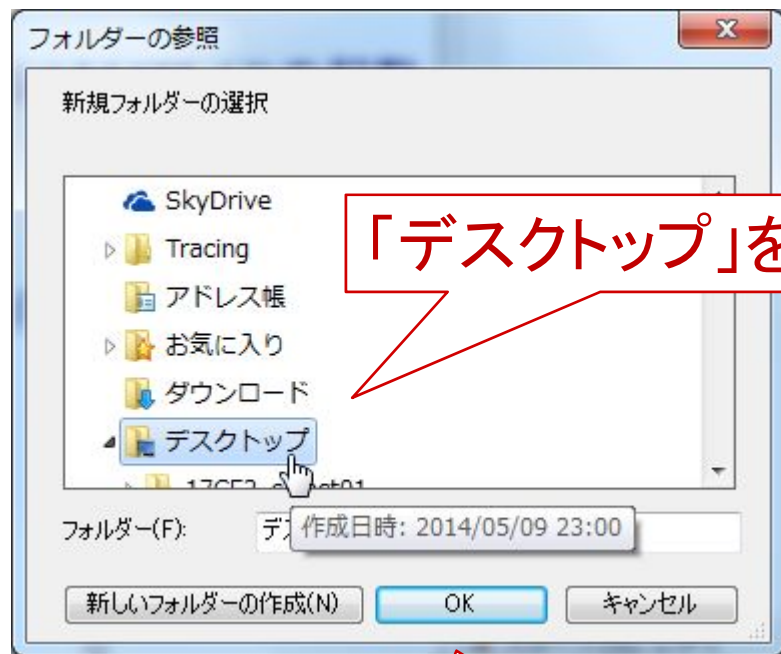
MATLABの準備

(a) MATLABの起動



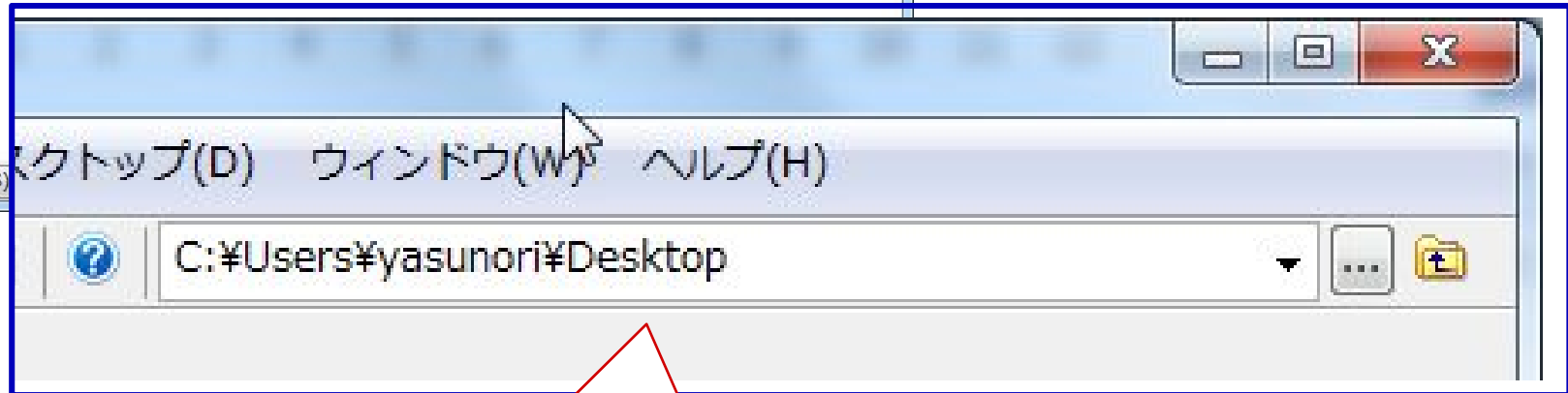
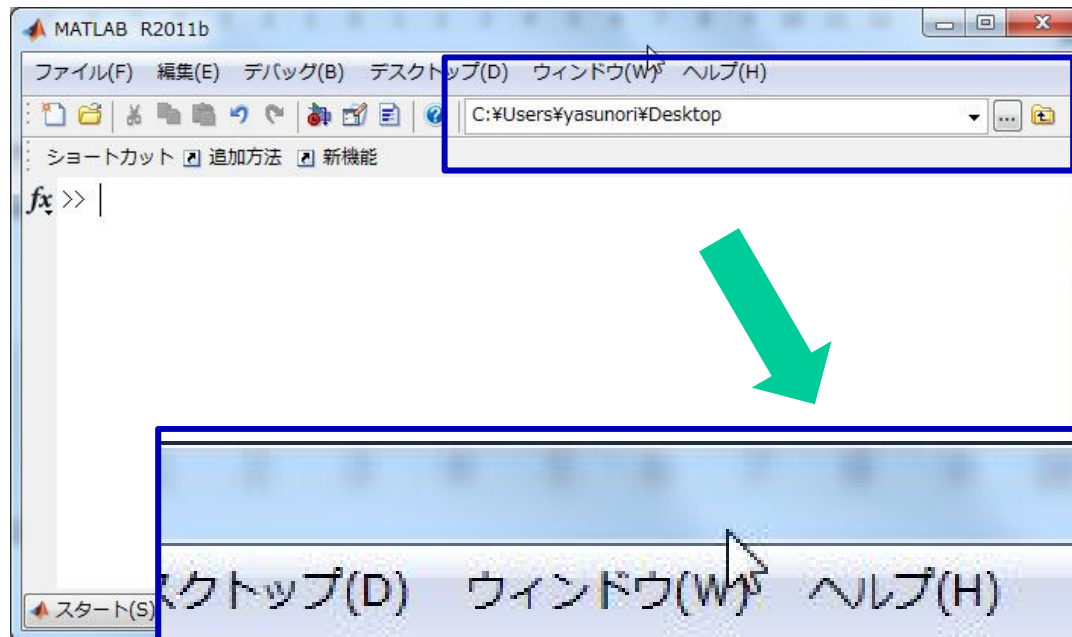
(b) カレントフォルダの設定





「デスクトップ」を選択

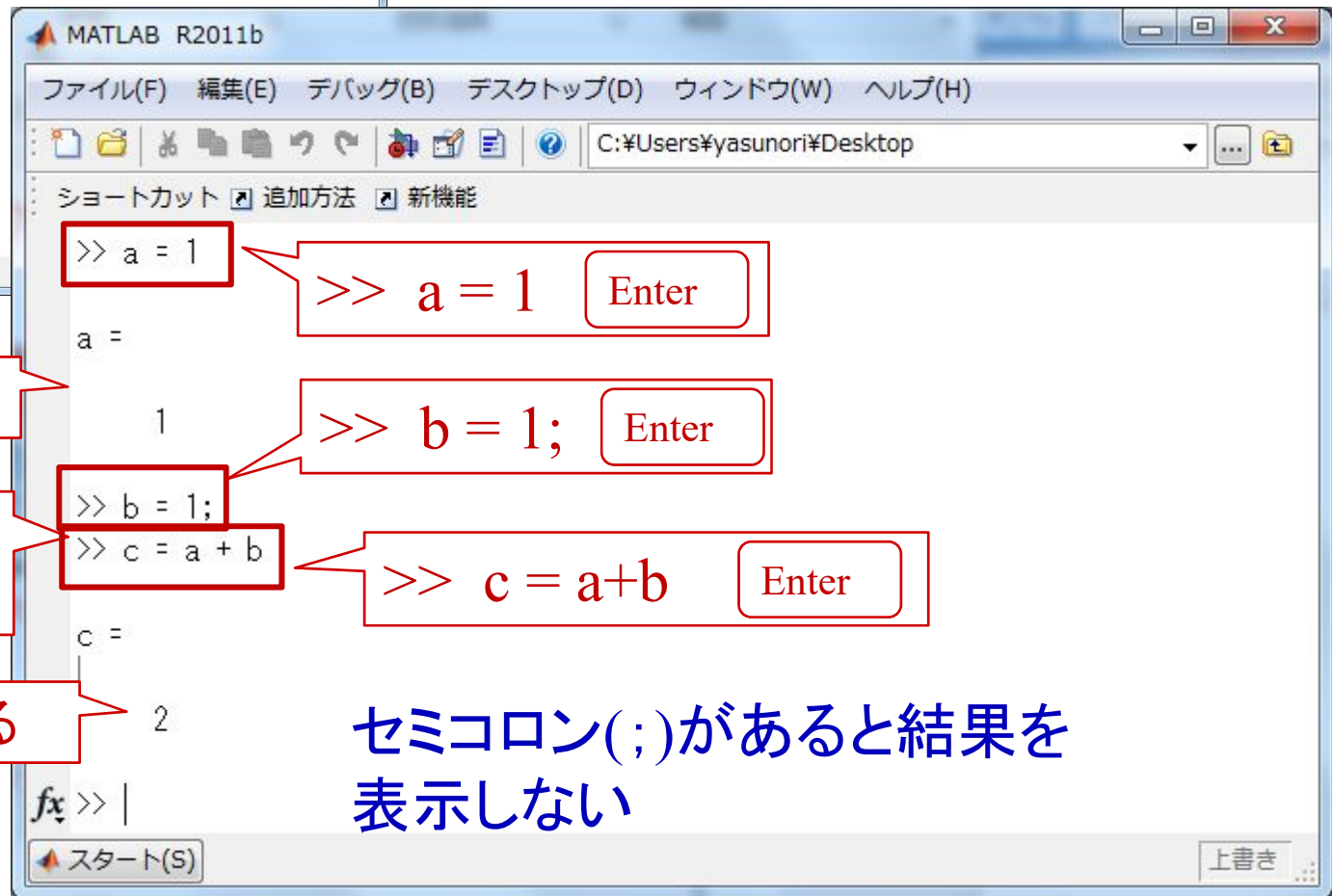
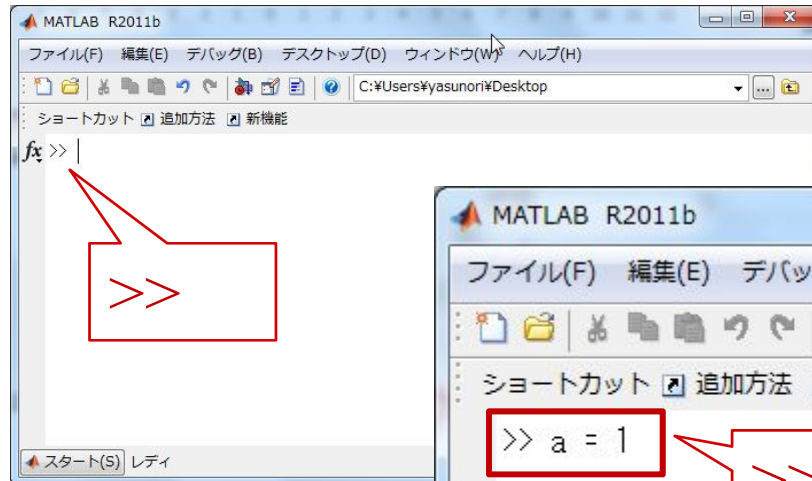
「OK」をクリック



「..... ¥Desktop」に変更

エディタとコマンドウィンドウ

コマンドウィンドウ



結果が表示される

結果が表示されない

結果が表示される

>> a = 1 Enter

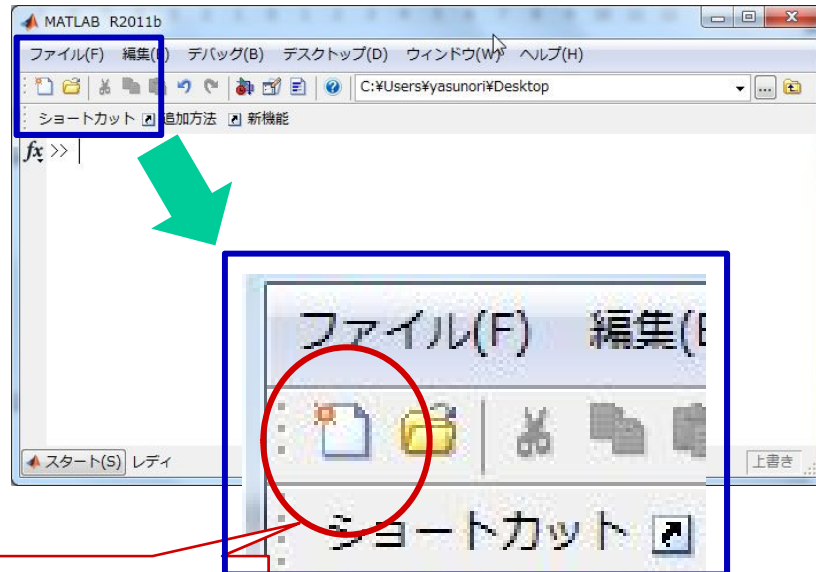
>> b = 1; Enter

>> c = a+b Enter

セミicolon(;)があると結果を表示しない

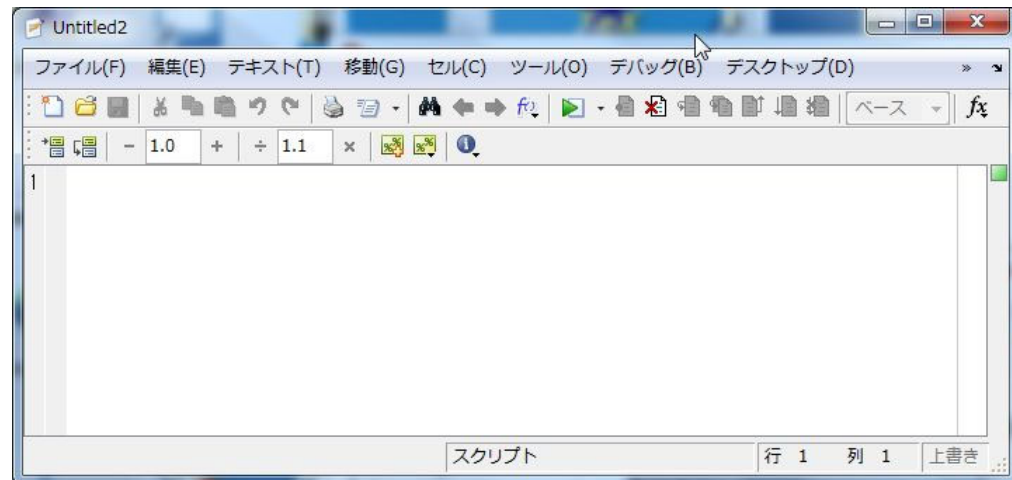
エディタとコマンドウィンドウ

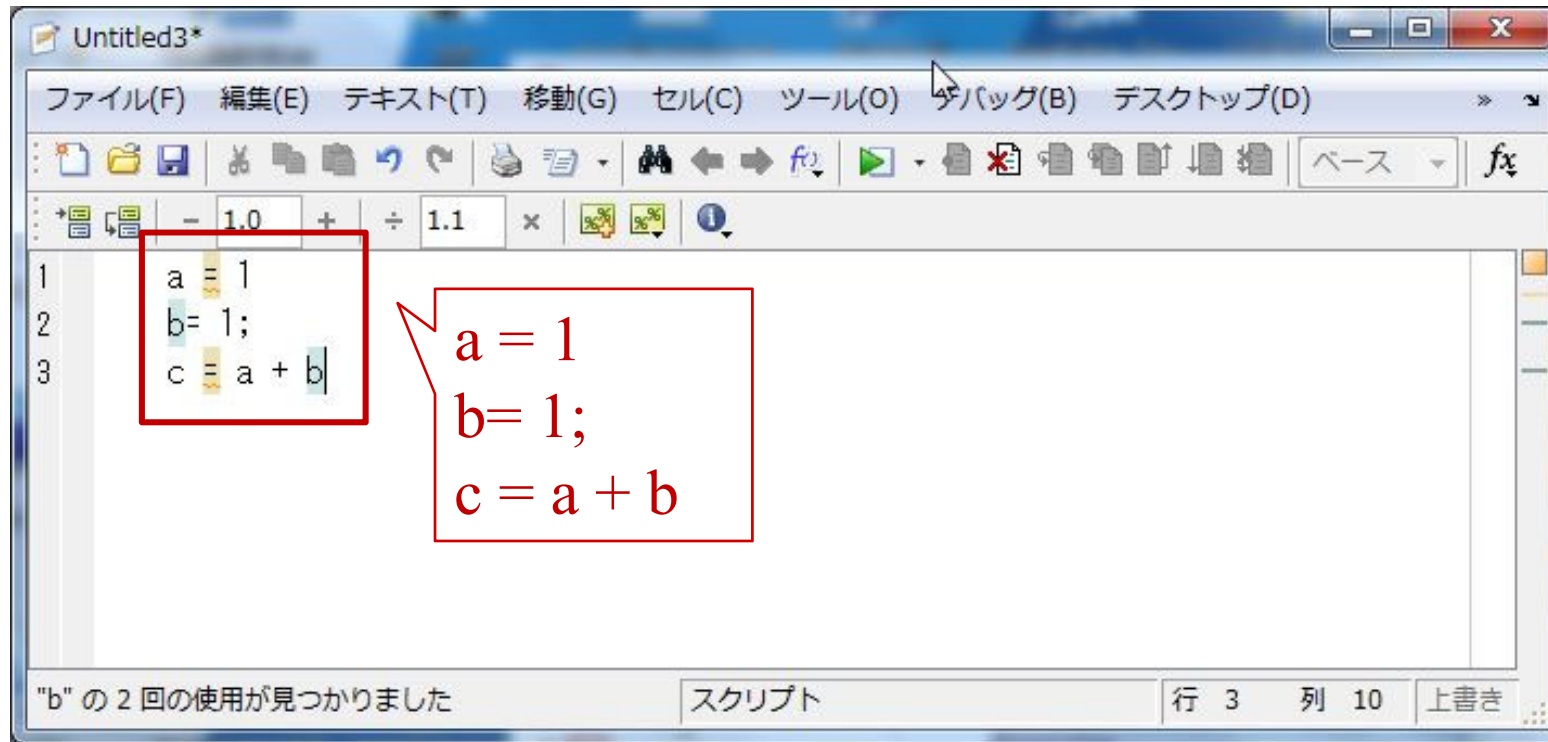
エディタの起動

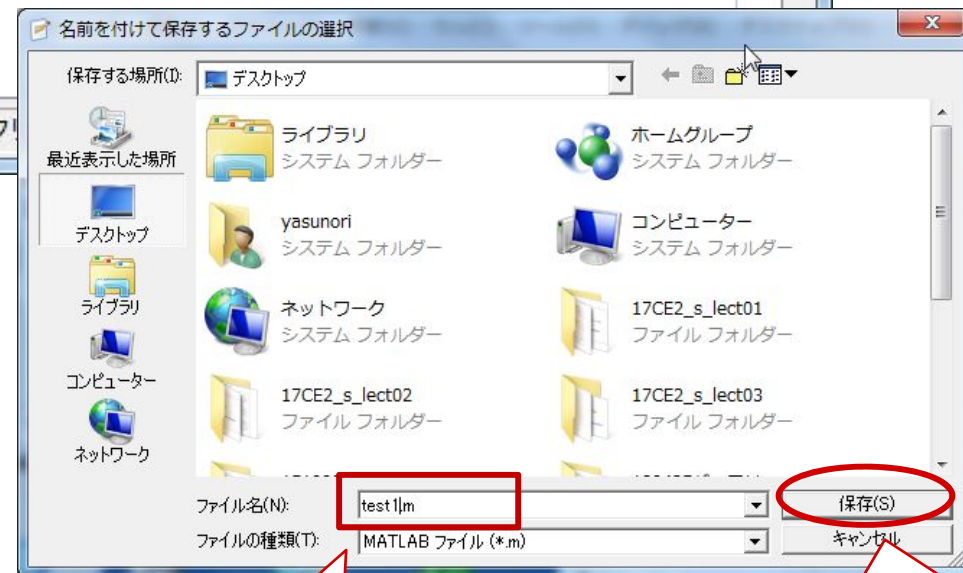
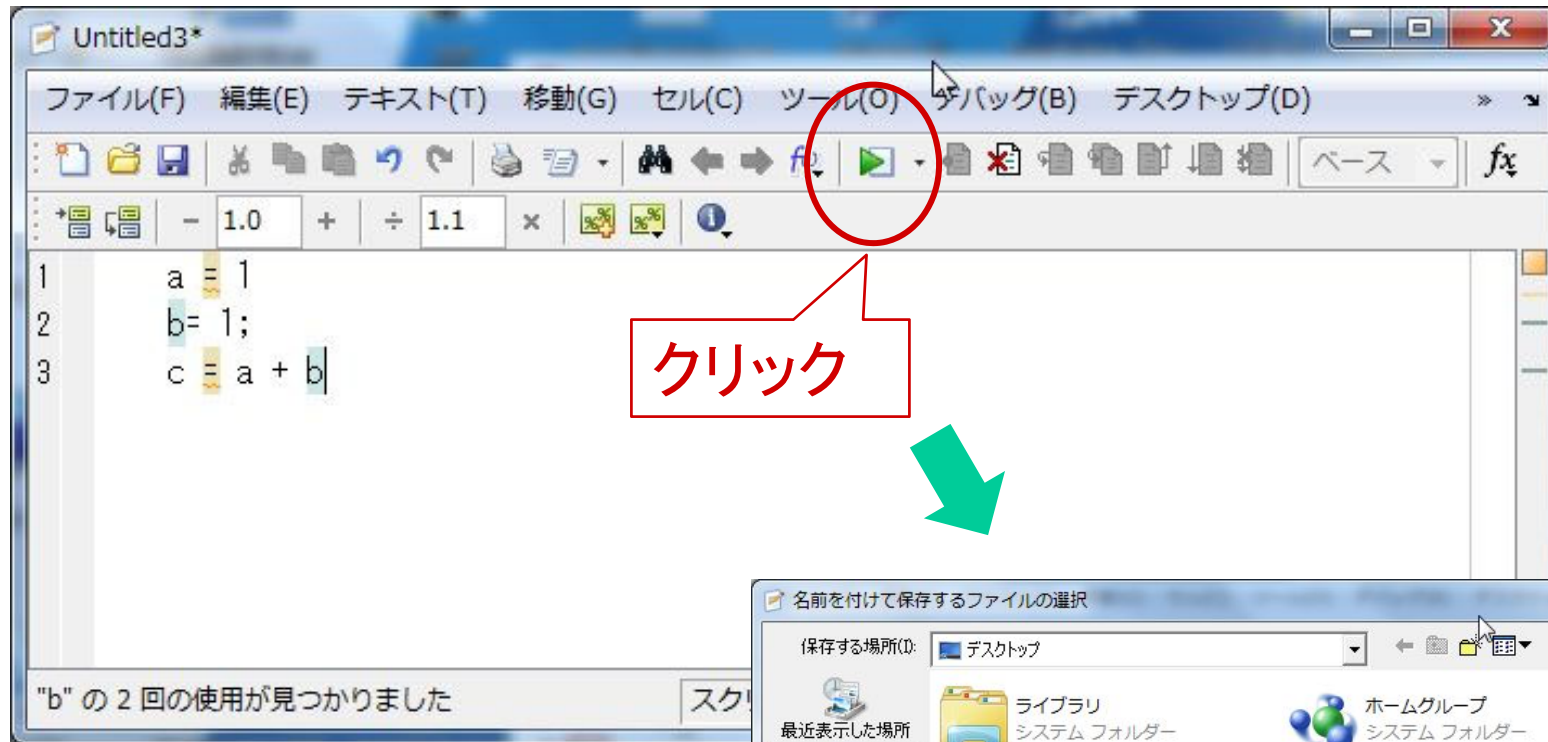


クリック

エディタ



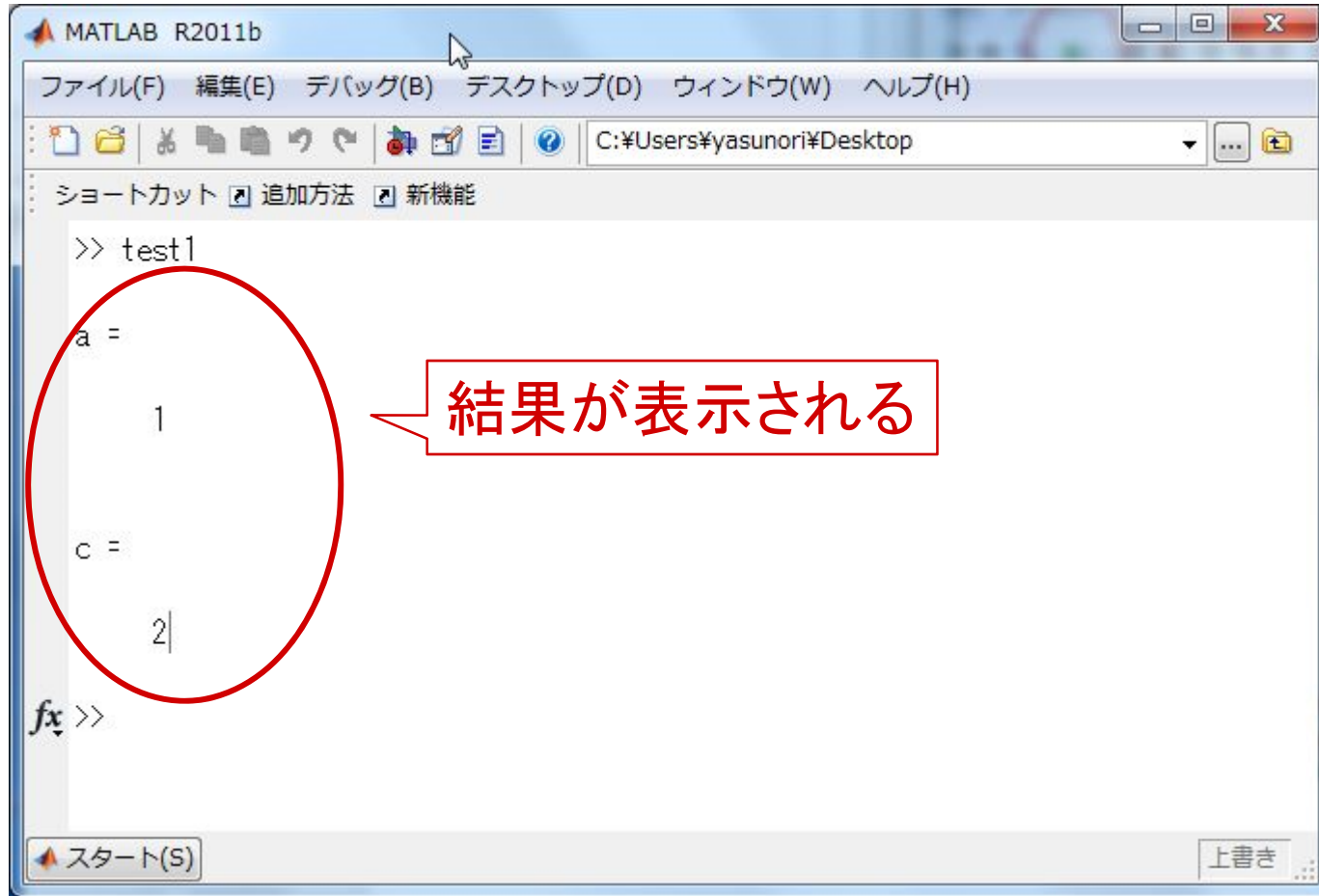


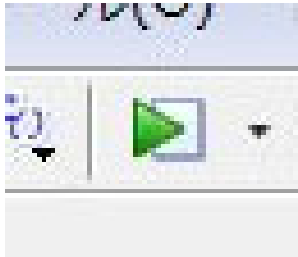


test1.m

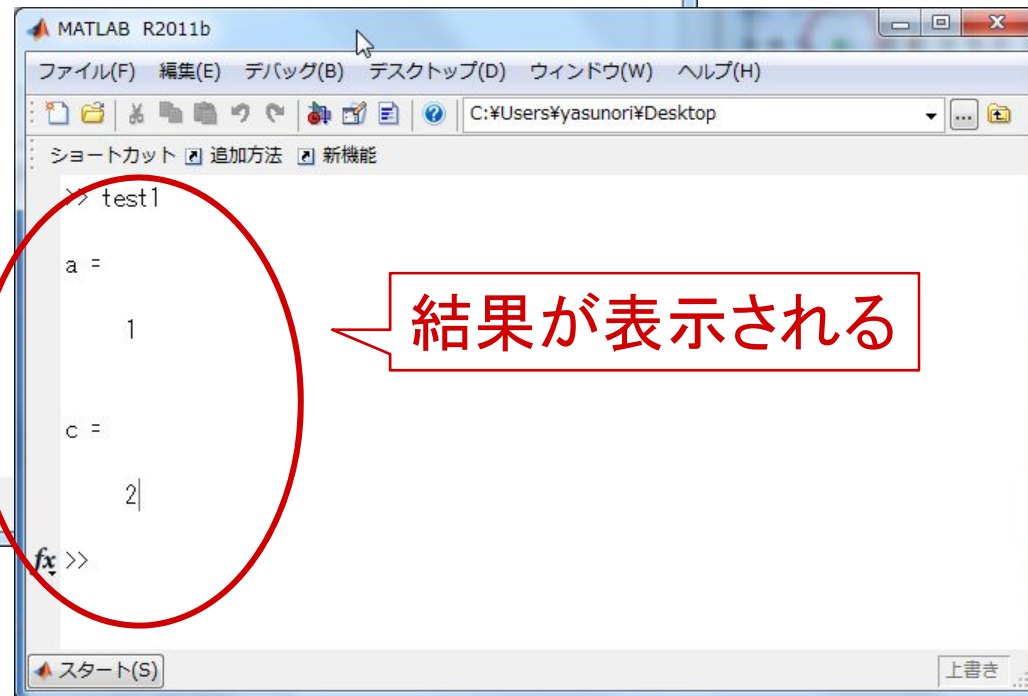
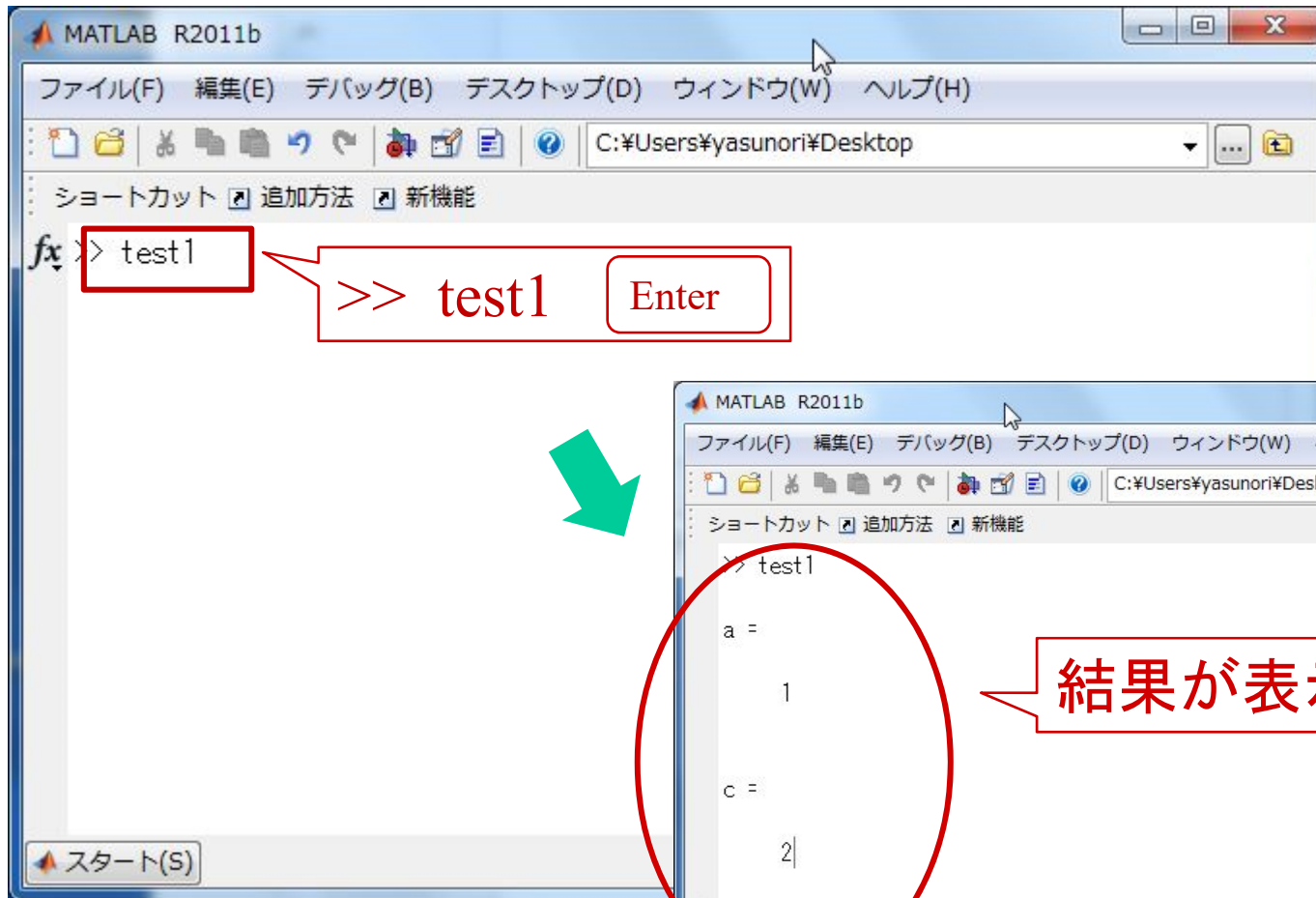
[保存]をクリック

コマンドウィンドウ





をクリックする代わりにコマンドウィンドウで実行



伝達関数の使い方

1 次系 $G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$

クリック

```
K = 1;  
T = 1;  
G = tf([K],[T 1])
```

MATLAB R2011b

```
>> test2  
  
伝達関数:  
1  
-----  
s + 1  
  
fx >> |
```

結果が表示される

伝達関数

Tf ([分子の係数], [分母の係数])

【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

伝達関数の演算

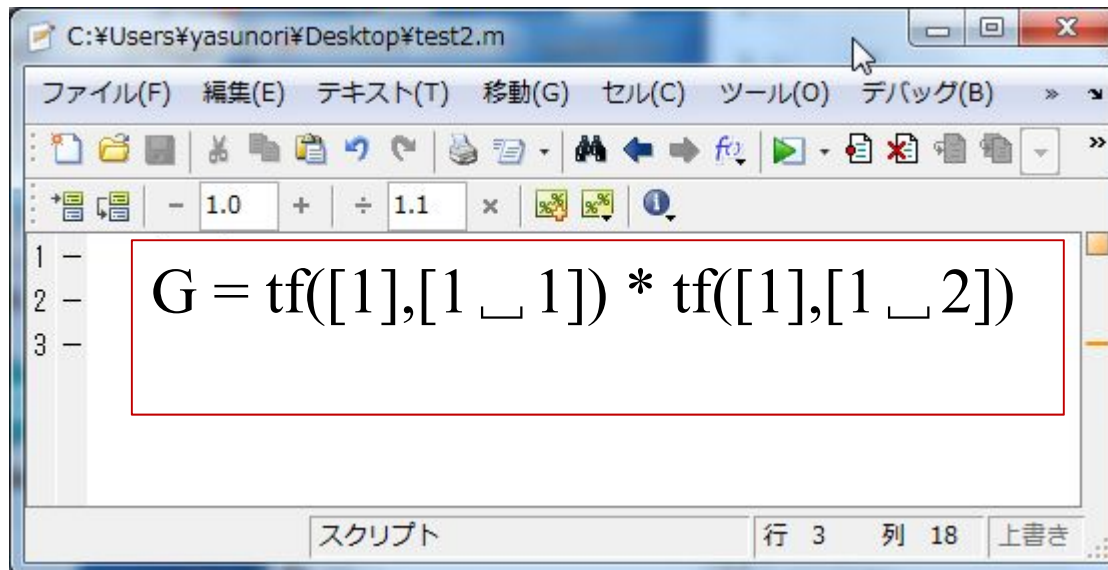
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

式展開しても可能だが

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

乗算可能

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2}$$



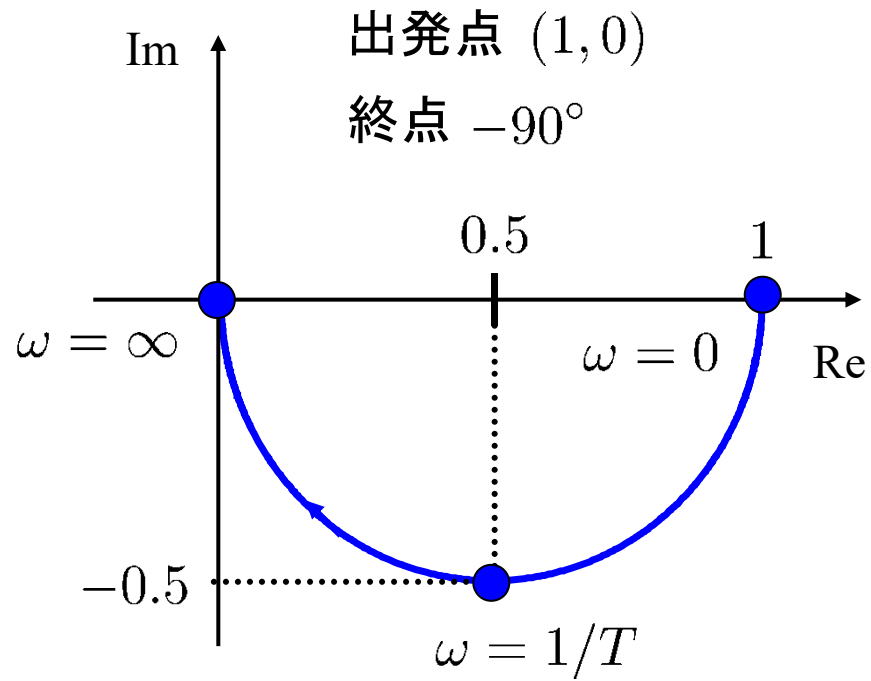
【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{s(1 + 2s)(1 + 3s)}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{s + 1}{s^2(s + 10)}$$

【復習】

1 次系 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$ ($K = 1$)




ベクトル軌跡の使い方

The image shows a MATLAB environment. The top window is a script editor with the following code:

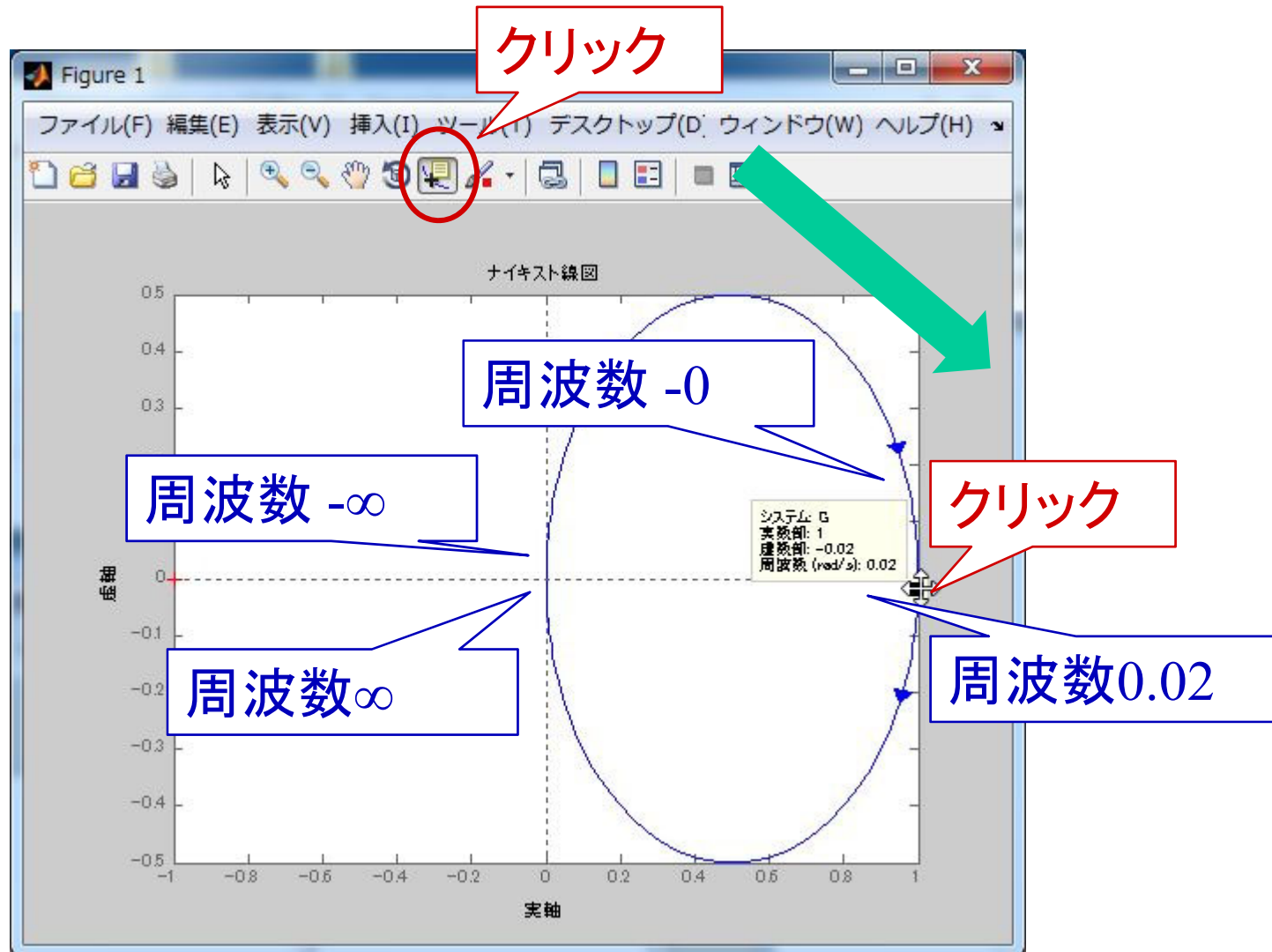
```
1 - K = 1;  
2 - T = 1;  
3 - G = tf([K],[T 1])  
   nyquist(G)
```

A red circle highlights the 'Run' button (a green play icon) in the toolbar, with a red callout box containing the word 'クリック' (Click) and a green arrow pointing to the script editor.

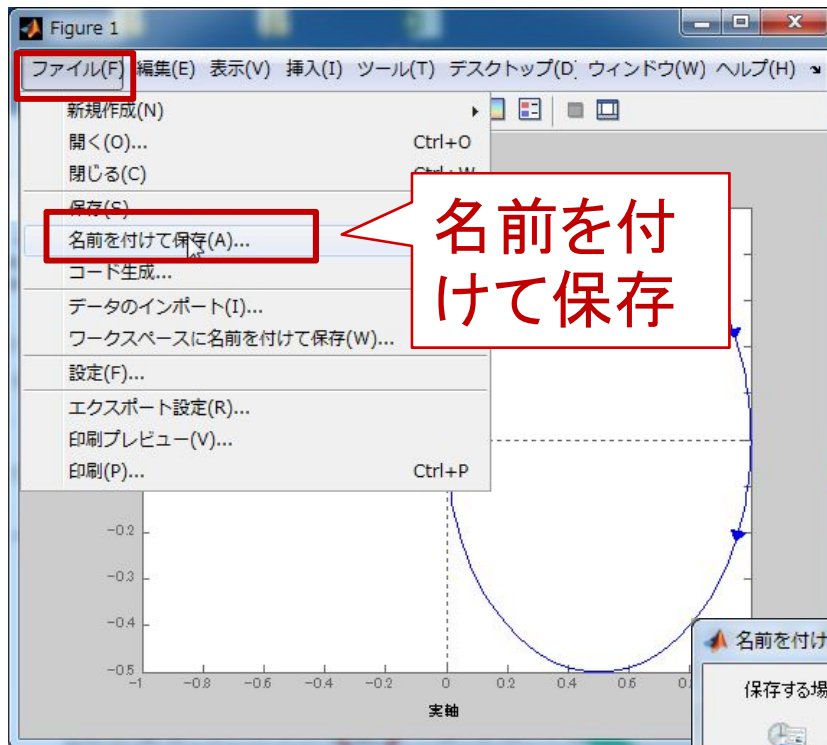
The bottom window, titled 'Figure 1', displays a Nyquist plot. The plot is titled 'ナイキスト線図' (Nyquist Plot). The horizontal axis is labeled '実軸' (Real Axis) and ranges from -1 to 1. The vertical axis is labeled '虚軸' (Imaginary Axis) and ranges from -0.5 to 0.5. The plot shows a blue curve that forms a closed loop in the right half of the complex plane, starting at the origin, going up and right, then down and right, and finally back to the origin. The curve is symmetric about the real axis.

$\omega = -\infty \sim \infty$ のベクトル軌跡  ナイキスト軌跡

$\omega = 0 \sim \infty$  ベクトル軌跡



図の保存



保存場所を確認



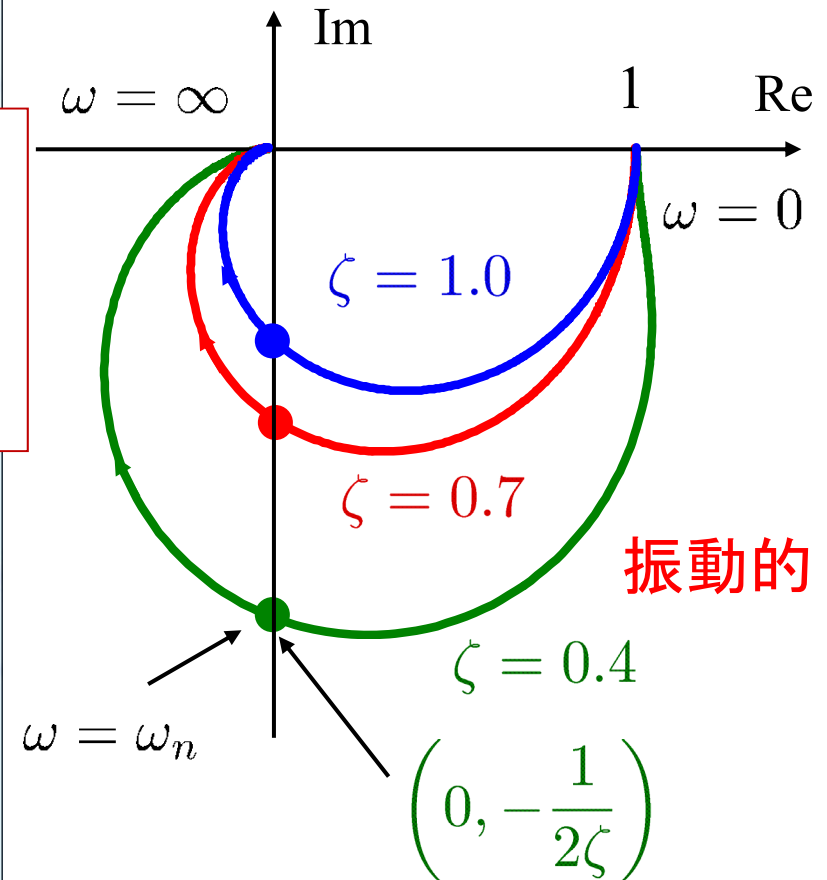
2次系 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, (K = 1)$

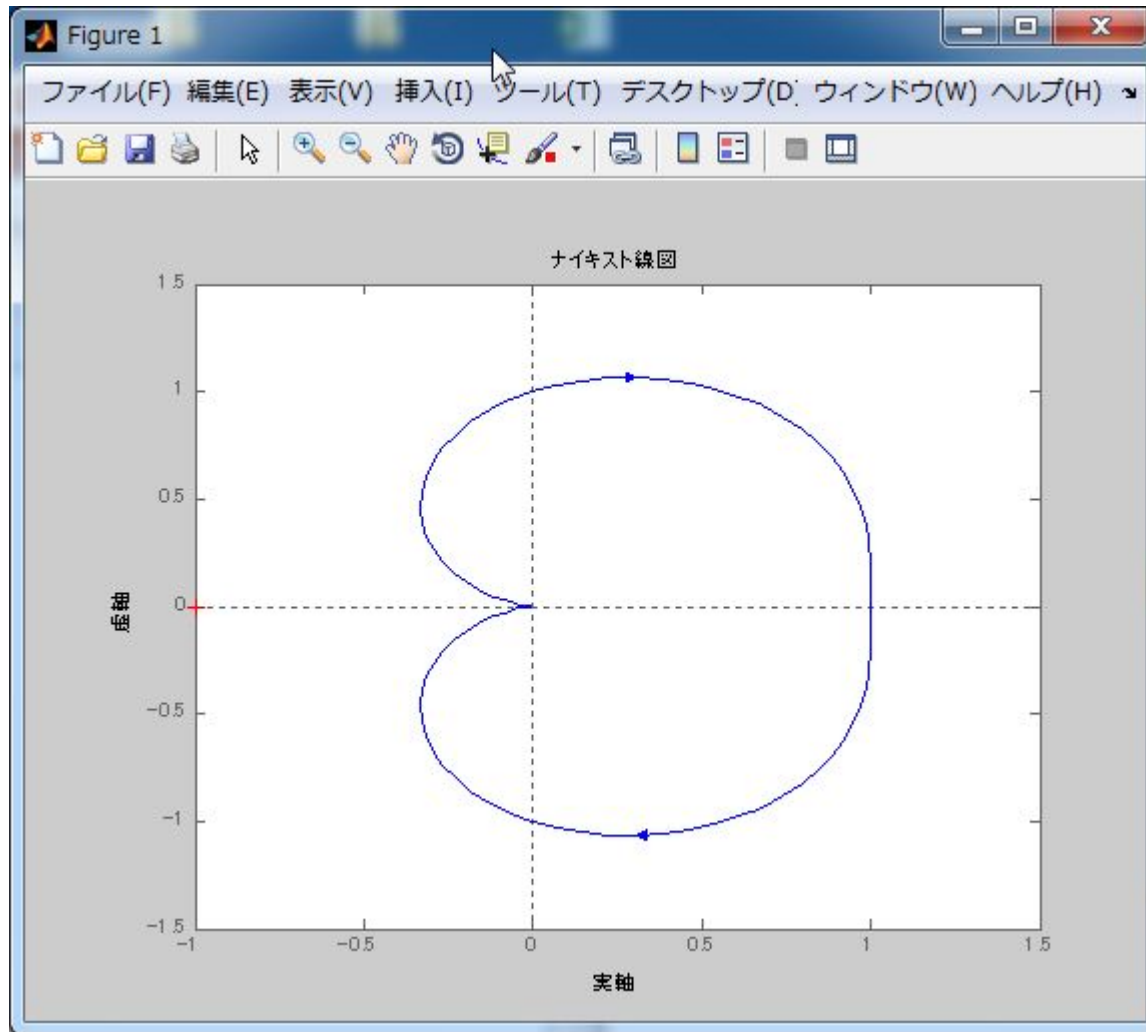
```

D:\course\2018\18CE2\Handouts\spring\18CE2_s_lect03\fig\test4.m
ファイル(F) 編集(E) テキスト(T) 移動(G) セル(C) ツール(O) デバッグ(B)
1 -
2 - wn = 1;
3 - zeta = 0.5;
4 - K = 1;
5 - G = tf([K*wn^2],[1 2*zeta*wn wn^2]);
nyquist(G)

```

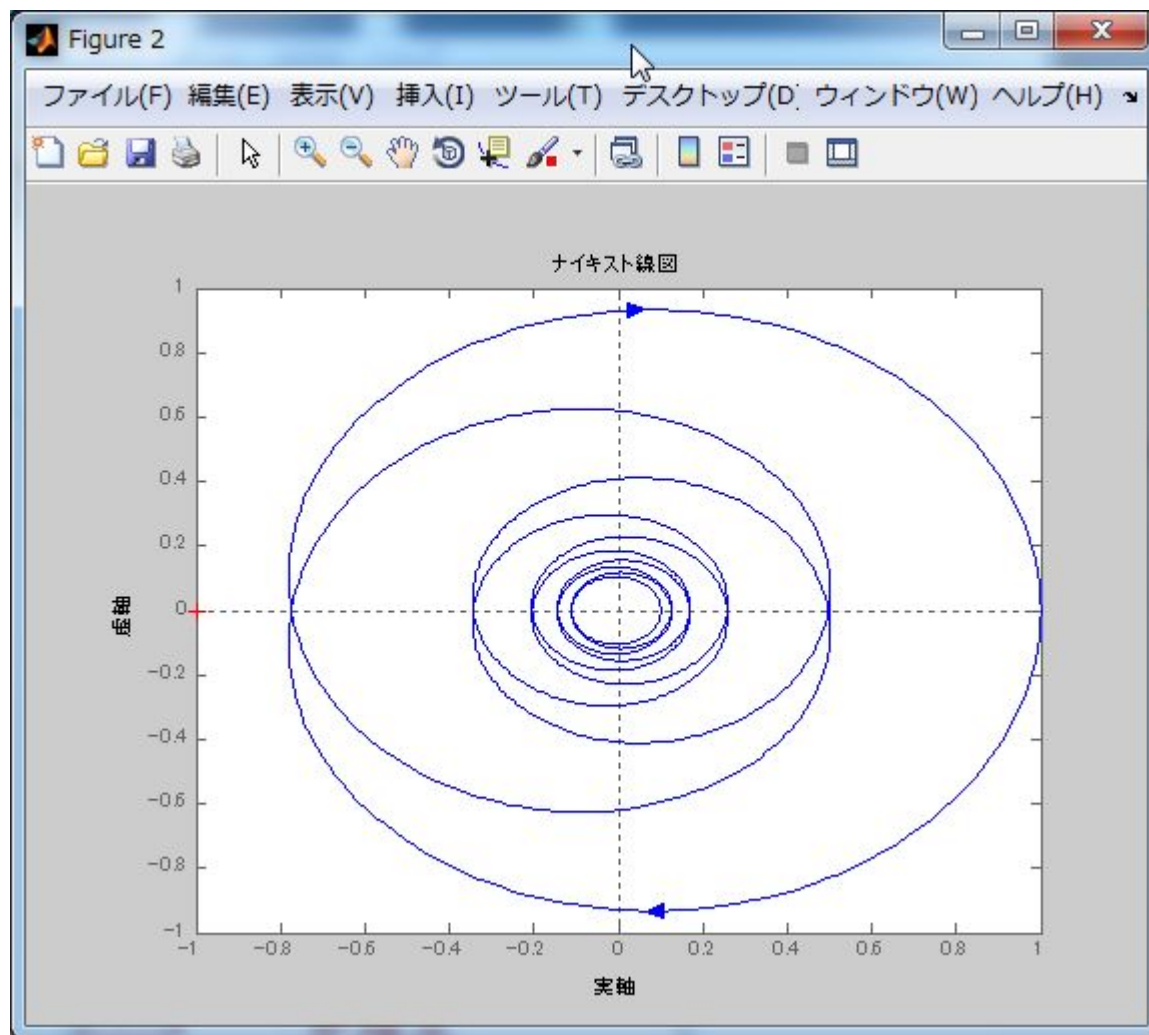
スクリプト 行 5 列 11 上書き





むだ時間系 $G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-T_d s}$

```
D:\course\2018\18CE2\Handouts\spring\18CE2_s_lect03\fig\test4.m  
ファイル(F) 編集(E) テキスト(T) 移動(G) セル(C) ツール(O) デバッグ(B)  
+ 1.0 + ÷ 1.1 ×  
1 -  
2 - w = 0:0.01:10;  
3 -  
4 - Td = 1;  
5 - G = tf([1],[1 1],'InputDelay',Td)  
nyquist(G,w)  
スクリプト 行 5 列 11 上書き
```



第 5 章 : 周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。