2022 年度 制御工学 II 前期 第 4 回レポート (模範解答)

5 年 E 科 番号 ________ 氏名 ____________________________

[問題 1] 次の伝達関数について，表を埋めて，ボード線図の概形を描け。ただし，ゲイン線図は折れ線近似でよい。

(1) $\dfrac{1}{s+1}$

ω	0	(a)	10^2
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(b)	-3	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-45	(e)

(2) $\dfrac{1}{10s+1}$

ω	0	(a)	10^2
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(b)	-3	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-45	(e)

(3) $\dfrac{10}{s+1}$

ω	0	1	10^2
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(a)	(c)	(e)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(b)	(d)	(f)

(解答)

(1) 周波数伝達関数は，

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega+1} \tag{1}$$

であり，$\omega = 0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{1}{j\cdot 0+1}\right| = 1 \tag{2}$$

$$\angle G(j0) = \angle 1 - \angle(j\cdot 0+1) = 0 - 0 = 0 \tag{3}$$

よって，$\underline{\text{(b)} = 20\log 1 = 0,\ \text{(c)}=0}$ となる。

$\omega = 1$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{1}{j+1}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

$$\angle G(j) = \angle 1 - \angle(j+1) = 0 - 45^\circ = -45^\circ \tag{5}$$

$20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = -3$ より，$\underline{\text{(a)} = 1}$ となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10^2} = \left|\frac{1}{j\omega+1}\right|_{\omega=10^2} \approx \left|\frac{1}{j\omega}\right|_{\omega=10^2} = \frac{1}{10^2} \tag{6}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} = \angle 1 - \angle(j10^2+1) \approx 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ \tag{7}$$

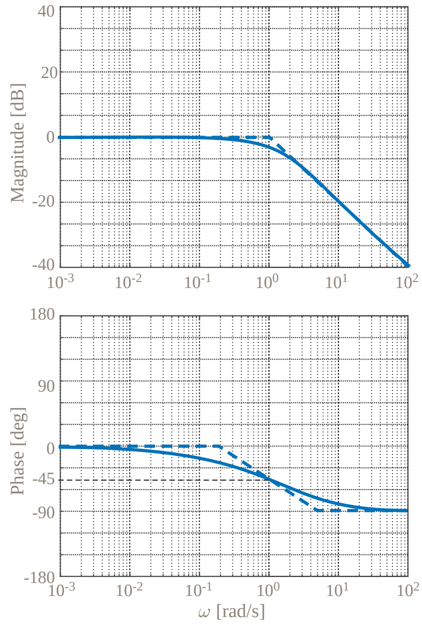

図 1: $\dfrac{1}{s+1}$ のボード線図

よって，$\underline{\text{(d)} = 20\log\frac{1}{10^2} = -40,\ \text{(e)}=-90}$ となる。また，ボード線図は，図 1 となる。

(2) 周波数伝達関数は，

$$G(j\omega) = \frac{1}{j10\omega+1} \tag{8}$$

であり，$\omega = 0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{1}{j\cdot 0+1}\right| = 1 \tag{9}$$

$$\angle G(j0) = \angle 1 - \angle(j\cdot 0+1) = 0 - 0 = 0 \tag{10}$$

よって，$\underline{\text{(b)} = 20\log 1 = 0,\ \text{(c)}=0}$ となる。

$\omega = \frac{1}{10}$ のとき

$$\left|G(j\frac{1}{10})\right| = \left|\frac{1}{j+1}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{11}$$

$$\angle G(j\frac{1}{10}) = \angle 1 - \angle(j+1) = 0 - 45^\circ = -45^\circ \tag{12}$$

$20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = -3$ より，$\underline{\text{(a)} = \frac{1}{10}}$ となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$\begin{aligned}|G(j\omega)|_{\omega=10^2} &= \left|\frac{1}{j\cdot 10\omega+1}\right|_{\omega=10^2} \\ &\approx \left|\frac{1}{j\cdot 10\omega}\right|_{\omega=10^2} = \frac{1}{10^3}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} = \angle 1 - \angle(j\cdot 10^3+1) \approx 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ \tag{14}$$

よって，(d) $= 20\log\frac{1}{10^3} = -60$，(e)=-90 となる。
また，ボード線図は，図 2 となる。

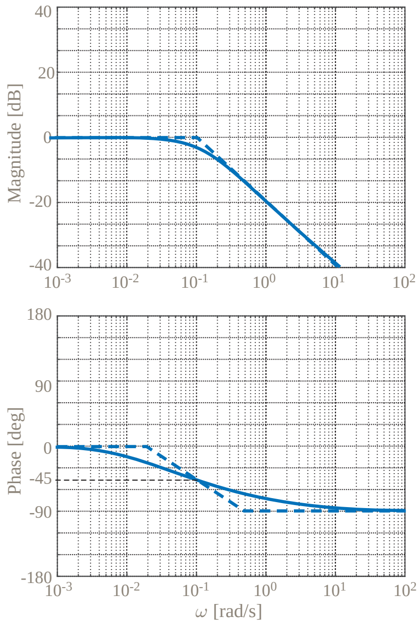

図 2: $\dfrac{1}{10s+1}$ のボード線図

(3) 周波数伝達関数は，

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega+1} \tag{15}$$

であり，$\omega = 0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{10}{j\cdot 0+1}\right| = 10 \tag{16}$$

$$\angle G(j0) = \angle 10 - \angle(j\cdot 0+1) = 0 - 0 = 0 \tag{17}$$

よって，(a) $=$ 20log $10 = 20$，(b)=0 となる。

$\omega = 1$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{10}{j+1}\right| = \frac{10}{\sqrt{2}} \tag{18}$$

$$\angle G(j) = \angle 10 - \angle(j+1) = 0 - 45^\circ = -45^\circ \tag{19}$$

$20\log\frac{10}{\sqrt{2}} = 20\log 10 - 20\log\sqrt{2} = 20 - 3 = 17$ より，(d) $= 17$ となる。また，(e) $=$ -45 となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$\begin{aligned} |G(j\omega)|_{\omega=10^2} &\approx \left|\frac{10}{j\cdot\omega+1}\right|_{\omega=10^2} \\ &= \left|\frac{10}{j\cdot\omega}\right|_{\omega=10^2} = \frac{10}{10^2} = \frac{1}{10} \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} &= \angle 10 - \angle(j\cdot 10^2+1) \\ &\approx 0^\circ - 90^\circ = -90^\circ \end{aligned} \tag{21}$$

よって，(e) $= 20\log\frac{1}{10} = -20$，(f)=-90 となる。
また，ボード線図は，図 3 となる。

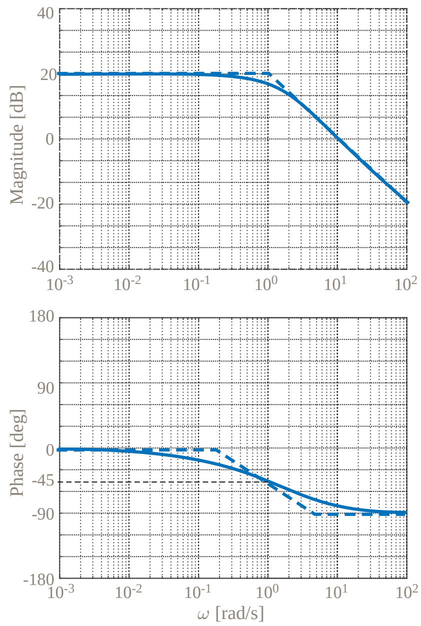

図 3: $\dfrac{10}{s+1}$ のボード線図