2022 年度 制御工学 II 前期 第 5 回レポート (模範解答)

5 年 E 科 番号 ________ 氏名 ____________________________

[問題 1] 次の伝達関数について，表を埋めて，ボード線図の概形を描け。

(1) $\dfrac{1}{s^2+s+1}$

ω	0	(a)	10^2
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(b)	0	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-90	(e)

(2) $\dfrac{0.01}{s^2+0.1s+0.01}$

ω	0	(a)	10
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(b)	0	(d)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(c)	-90	(e)

(3) $\dfrac{10}{s^2+s+1}$

ω	0	1	10^2
$20\log\|G(j\omega)\|$ [dB]	(a)	(c)	(e)
$\angle G_(j\omega)$ [°]	(b)	(d)	(f)

(解答)

(1) $\omega_n^2=1$，$2\zeta\omega_n=1$ より

$$\omega_n = 1 \tag{1}$$
$$\zeta = \frac{1}{2\omega_n} = \frac{1}{2} \tag{2}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は,

$$G(j\omega) = \frac{1}{(1-\omega^2)+j\omega} \tag{3}$$

であり，$\omega=0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{1}{1+j\cdot 0}\right| = 1 \tag{4}$$
$$\angle G(j0) = \angle 1 - \angle(1+j\cdot 0) = 0-0=0 \tag{5}$$

よって，(b) = 20log 1 = 0，(c)=0 となる。

$\omega=1$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{1}{j}\right| = 1 \tag{6}$$
$$\angle G(j) = \angle 1 - \angle j = 0 - 90^\circ = -90^\circ \tag{7}$$

$20\log 1 = 0$ より，(a) = 1 となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$\begin{aligned} |G(j\omega)|_{\omega=10^2} &= \left|\frac{1}{(1-\omega^2)+j\omega}\right|_{\omega=10^2} \\ &\approx \left|\frac{1}{-\omega^2}\right|_{\omega=10^2} = \frac{1}{10^4} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} \approx \angle 1 - \angle(-10^4) = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ \tag{9}$$

よって，(d) $= 20\log\frac{1}{10^4} = -80$，(e)=-180 となる。また，ボード線図は，図 1 となる。

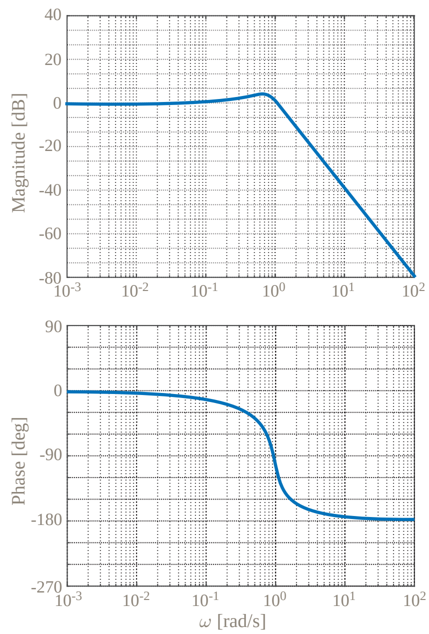

図 1: $\dfrac{1}{s^2+s+1}$ のボード線図

(2) $\omega_n^2 = 0.01$，$2\zeta\omega_n = 0.1$ より

$$\omega_n^2 = 0.1 \tag{10}$$
$$\zeta = \frac{0.1}{2\omega_n} = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2} \tag{11}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は,

$$G(j\omega) = \frac{0.01}{(0.01-\omega^2)+j0.1\omega} \tag{12}$$

であり，$\omega=0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{0.01}{0.01+j\cdot 0}\right| = 1 \tag{13}$$
$$\angle G(j0) = \angle 0.01 - \angle(0.01+j\cdot 0) = 0-0=0 \tag{14}$$

よって，(b) = 20log 1 = 0，(c)=0 となる。

$\omega = 10^{-1}$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{0.01}{j0.01}\right| = 1 \tag{15}$$

$$\angle G(j) = \angle 0.01 - \angle j0.01 = 0 - 90^\circ = -90^\circ \tag{16}$$

$20\log 1 = 0$ より，(a) $= 10^{-1}$ となる。

$\omega = 10$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10} = \left|\frac{0.01}{(0.01-10^2)+j}\right| \approx \left|\frac{0.01}{-10^2}\right| = 10^{-4} \tag{17}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10} \approx \angle 0.01 - \angle(-10^2) = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ \tag{18}$$

よって，(d) $= 20\log\frac{1}{10^4} = -80$，(e)=-180 となる。
また，ボード線図は，図 2 となる。

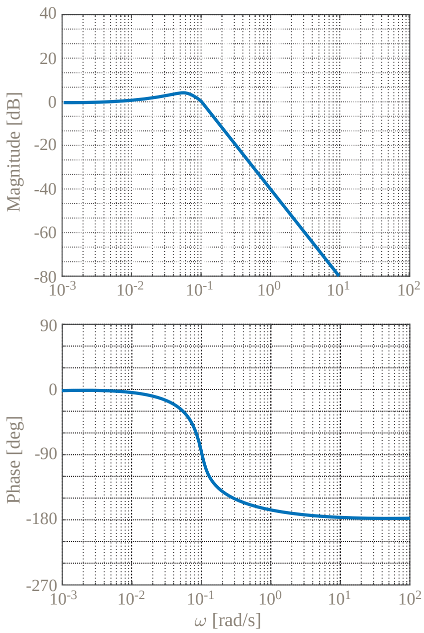

図 2: $\dfrac{0.01}{s^2+0.1s+0.01}$ のボード線図

(3) $\omega_n^2 = 1$，$2\zeta\omega_n = 1$ より

$$\omega_n = 1 \tag{19}$$

$$\zeta = \frac{1}{2\omega_n} = \frac{1}{2} \tag{20}$$

よって，少し上に飛び出る図形となる。

周波数伝達関数は,

$$G(j\omega) = \frac{10}{(1-\omega^2)+j\omega} \tag{21}$$

$\omega = 0$ のとき

$$|G(j0)| = \left|\frac{10}{1+j\cdot 0}\right| = 10 \tag{22}$$

$$\angle G(j0) = \angle 10 - \angle(1+j\cdot 0) = 0 - 0 = 0 \tag{23}$$

よって，(a) = 20log 10 = 20，(b)=0 となる。

$\omega = 1$ のとき

$$|G(j)| = \left|\frac{10}{j}\right| = 10 \tag{24}$$

$$\angle G(j) = \angle 10 - \angle j = 0 - 90^\circ = -90^\circ \tag{25}$$

$20\log 10 = 20$ より，(c) = 20，(d) = -90 となる。

$\omega = 10^2$ のとき

$$|G(j\omega)|_{\omega=10^2} = \left|\frac{10}{(1-\omega^2)+j\omega}\right|_{\omega=10^2} \approx \left|\frac{10}{10^4}\right| = 10^{-3} \tag{26}$$

$$\angle G(j\omega)|_{\omega=10^2} \approx \angle 10 - \angle(-10^4) = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ \tag{27}$$

よって，(e) $= 20\log\frac{1}{10^3} = -60$，(f)=-180 となる。

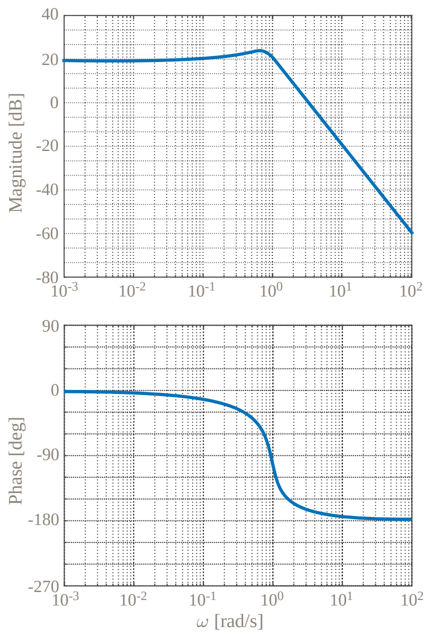

図 3: $\dfrac{10}{s^2+s+1}$ のボード線図