

2022年度 制御工学 II 前期 第8回レポート (模範解答)

5年 E科 番号 _____ 氏名 _____

[問題 1](6章演習問題【1】) 図1のフィードバック制御系で、 $P(s)$ 、 $K(s)$ が次式で与えられているとする。特性多項式の解、または、4つの伝達関数を用いて内部安定性を調べよ。

$$(a) P(s) = \frac{s-1}{s+1}, \quad K(s) = \frac{1}{s-1}$$

$$(b) P(s) = \frac{1}{s^2-1}, \quad K(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

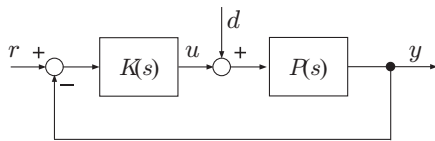


図1: フィードバック系

(解答)

(a) (解法 1) 特性多項式において

$$\begin{aligned} \phi(s) &= (s+1)(s-1) + (s-1) \\ &= (s-1)(s+2) \end{aligned} \quad (1)$$

となり、 $s=1$ を極としてもつので、内部安定でないことが確認できる。

(解法 2) 4つの伝達関数は

$$\begin{aligned} G_{ur}(s) &= \frac{K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s+1}{(s+1)(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{s+1}{(s-1)(s+2)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} G_{ud}(s) &= \frac{-P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{-(s-1)}{(s+1)(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{-1}{s+2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} G_{yr}(s) &= \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s-1}{(s+1)(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{1}{s+2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} G_{yd}(s) &= \frac{P(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{(s-1)^2}{(s+1)(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{s-1}{s+2} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。 G_{ud} 、 G_{yr} 、 G_{yd} は安定であるが、 G_{ur} は不安定極 $s=1$ をもつので不安定となる。よって、内部安定でない。

(b) (解法 1) 特性多項式においても、

$$\begin{aligned} \phi(s) &= (s^2-1)(s+1) + (s-1) \\ &= (s-1)(s^2+2s+2) \end{aligned} \quad (6)$$

となり、 $s=1$ を極としてもつので、内部安定でないことが確認できる。

(解法 2) 4つの伝達関数は

$$\begin{aligned} G_{ur}(s) &= \frac{K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{(s^2-1)(s-1)}{(s+1)^2(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{s^2-1}{s^2+2s+2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} G_{ud}(s) &= \frac{-P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{-(s-1)}{(s+1)^2(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{-1}{s^2+2s+2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} G_{yr}(s) &= \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s-1}{(s+1)^2(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{1}{s^2+2s+2} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} G_{yd}(s) &= \frac{P(s)}{1+P(s)K(s)} = \frac{s+1}{(s+1)^2(s-1) + (s-1)} \\ &= \frac{s+1}{(s-1)(s^2+2s+2)} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。 G_{ur} 、 G_{ud} 、 G_{yr} は安定であるが、 G_{yd} は不安定極 $s=1$ をもつので不安定となる。よって、内部安定でない。