

第6章 : フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数, 位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や位相余裕について理解する。

1

6 フィードバック制御系の安定性

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

位相交差周波数  $\omega_{pc}$

ベクトル軌跡が負の実軸を横切る点 P に対応  
位相が  $-180^\circ$  になる

ゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$

ゲインがちょうど 1 になる点 G に対応  
単位円を横切る

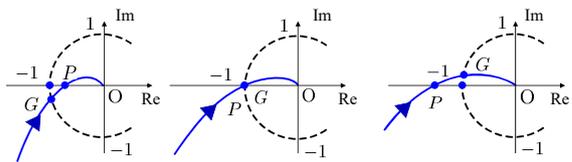


図6.11 ベクトル軌跡と安定性

2

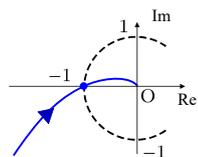
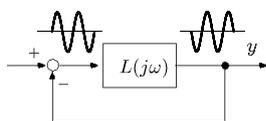
(1) 安定限界

ベクトル軌跡がちょうど点  $(-1, 0)$  の上を通る

$$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ \text{ のとき}$$

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$$

$\omega_{pc}$  : ベクトル軌跡の位相が  $-180^\circ$  になる周波数



(b) 安定限界

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

3

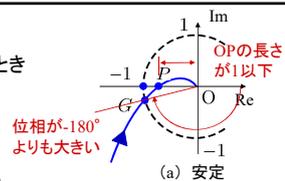
(2) 安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$  のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| < 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$  のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) > -180^\circ$$



(a) 安定

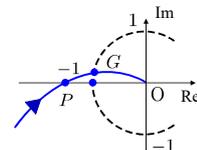
(3) 不安定

$\angle P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc}) = -180^\circ$  のとき

$$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| > 1$$

$|P(j\omega_{pc})K(j\omega_{pc})| = 1$  のとき

$$\angle P(j\omega_{gc})K(j\omega_{gc}) < -180^\circ$$



(c) 不安定

図6.11 ベクトル軌跡と安定性

4

ベクトル軌跡が点  $(-1, 0)$  からある程度離れているならば, **安定余裕**がある。

ゲイン余裕 GM

あとどれだけゲインを増やすと制御系が不安定になるか。

$$GM = 20 \log \frac{1}{OP} \text{ [dB]}$$

位相余裕 PM

あとどれだけ位相が遅れると制御系が不安定になるか。

$$PM = \angle GOP \text{ [}^\circ\text{]}$$

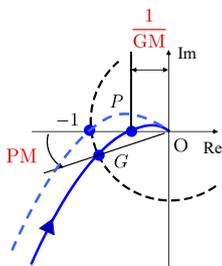
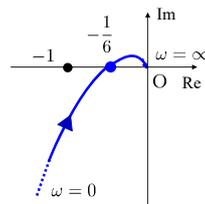


図 ゲイン余裕, 位相余裕

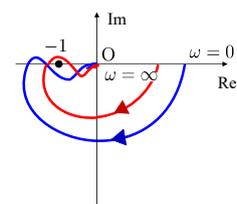
5

[例] ゲイン余裕

$$L(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

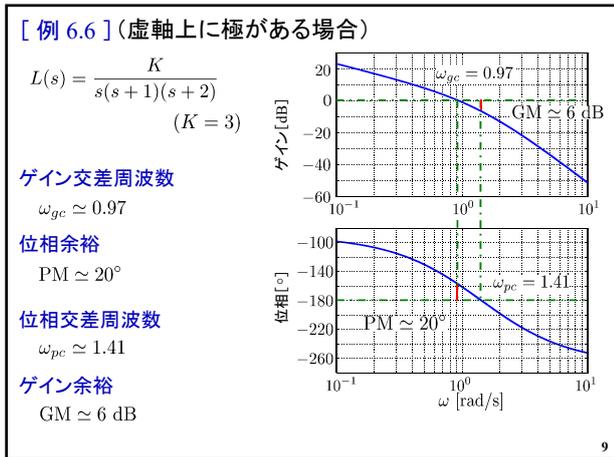
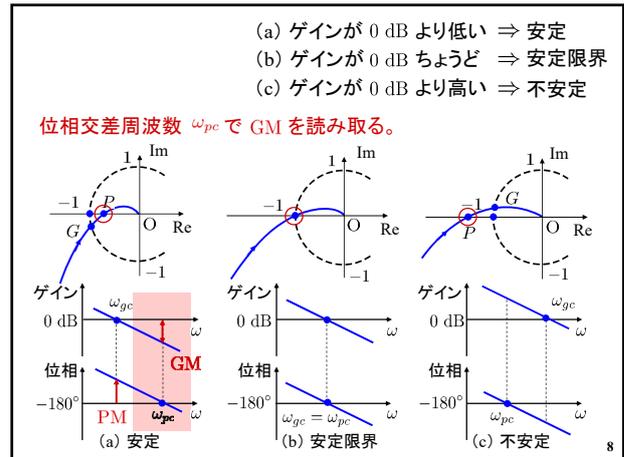
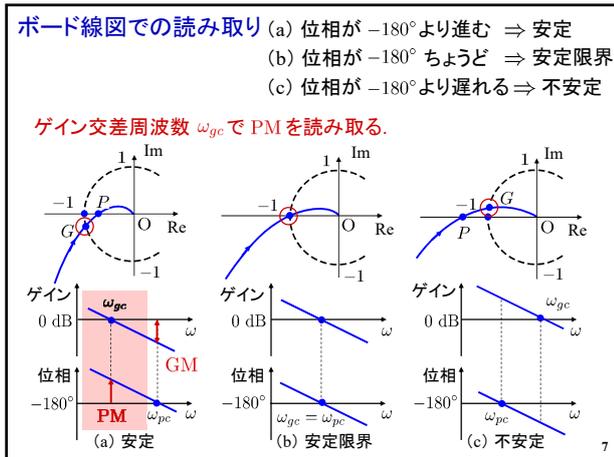


安定  
GM = 6  
(GM = 20 log 6 [dB])



安定 (条件付安定)  
GM =  $\infty$   
ゲインは大きくしても安定だが, 小さくすると不安定になる

6



**第 6 章 : フィードバック制御系の安定性**

6.3 ゲイン余裕, 位相余裕

キーワード : 位相交差周波数, ゲイン交差周波数, 位相余裕, ゲイン余裕

学習目標 : 安定性の程度を評価するゲイン余裕や位相余裕について理解する。