

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : PIDチューニング

学習目標 : 限界感度法とステップ応答法を習得する。

1

8. フィードバック制御系の設計法

8.2.4 PIDチューニング

Ziegler and Nichols (1942)

(1) 限界感度法

限界ゲイン K_u 限界周期 P_u

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{5s+1} \cdot \frac{4}{s^2+2s+4}$$

表 8.1 限界感度法

コントローラ	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$P_u/1.2$	—
PID	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$P_u/8$

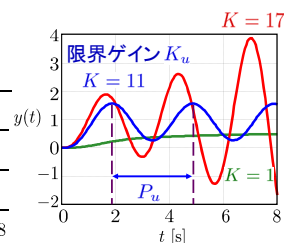


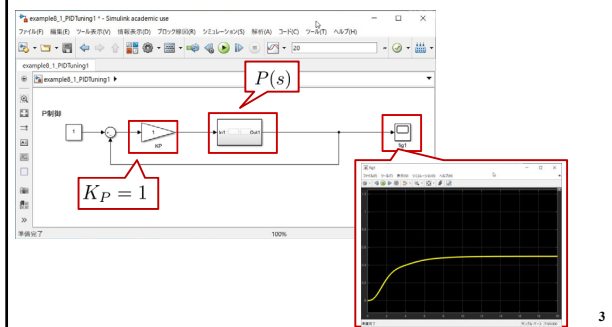
図 7.2 (b) 閉ループ系のステップ応答

2

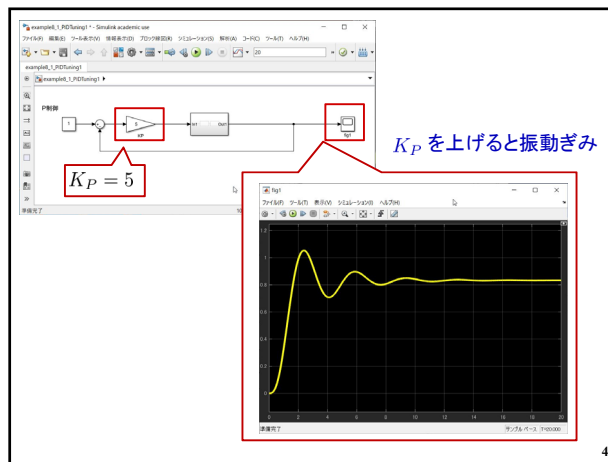
【例】

$$P(s) = \frac{1}{5s+1} \cdot \frac{4}{s^2+2s+4}$$

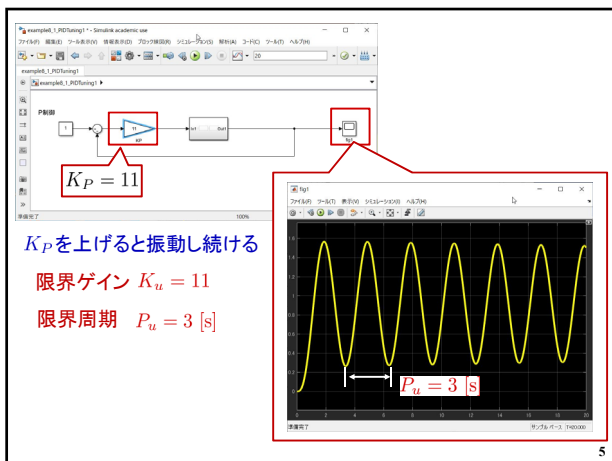
example8_1_PIDTuning1_2011.mdl



3



4



5

限界ゲイン $K_u = 11$

限界周期 $P_u = 3$ [s]

P制御 $K_P = 0.5 \times K_u = 5.5$

PI制御 $K_P = 0.45 \times K_u = 4.95$

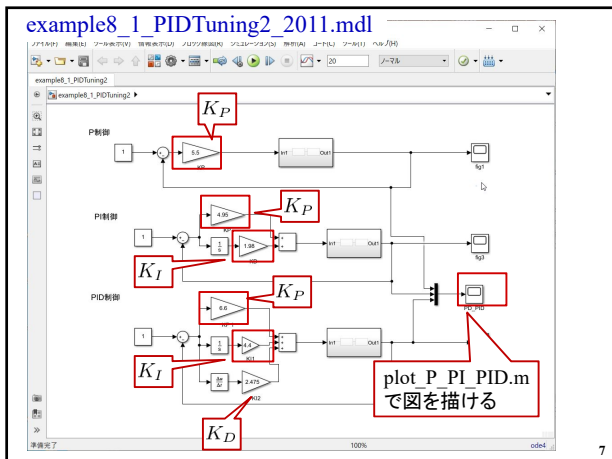
$$T_I = \frac{P_u}{1.2} = 2.5 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.98$$

PID制御 $K_P = 0.6 \times K_u = 6.6$

$$T_I = 0.5 \times P_u = 1.5 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 4.4$$

$$T_D = \frac{P_u}{8} = 0.375 \Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 2.475$$

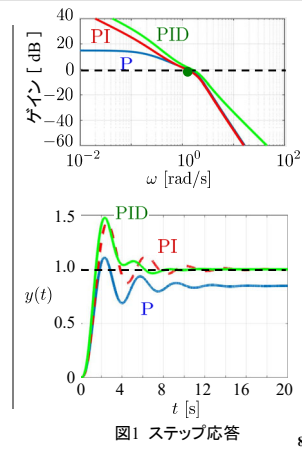
6



P制御
 $K_P = 0.5 \times K_u = 5.5$

PI制御
 $K_P = 0.45 \times K_u = 4.95$
 $T_I = \frac{P_u}{1.2} = 2.5$
 $\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.98$

PID制御
 $K_P = 0.6 \times K_u = 6.6$
 $T_I = 0.5 \times P_u = 1.5$
 $\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 4.4$
 $T_D = \frac{P_u}{8} = 0.375$
 $\Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 2.475$



ボード線図

bode_ex8_1_P_PD_PID_tuning.m

```

close all
omega = logspace(-2, 2, 100);
P = tf([1, [5 1]],[4, [1 2 4]]);
Kp = 5.5;
LP = P*Kp;
[magLP, phaseLP] = bode(LP, omega);
magLP_db = 20*log10(magLP);

KPI = tf([4.95 1.98],[1 0]);
LPI = P*KPI;
[magLPI, phaseLPI] = bode(LPI, omega);
magLPI_db = 20*log10(magLPI);

KPID = tf([2.475 6.6 4.4],[1 0]);
LPID = P*KPID;
[magLPID, phaseLPID] = bode(LPID, omega);
magLPID_db = 20*log10(magLPID);
    
```

(続く)

```

figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(omega, magLP_db(:),'Linewidth',2)
hold on
semilogx(omega, magLPI_db(:),'r','Linewidth',2)
hold on
semilogx(omega, magLPID_db(:),'g','Linewidth',2)
grid on
ylabel('Gain [dB]','fontSize',14,'fontName','times')
set(gca,'fontSize',14,'fontName','Times New Roman')
set(gca,'linewidth',1)
axis([1e-2 1e2 -60 40])
set(gca,'xtick',[1e-2,1e0,1e1,1e2])

subplot(2,1,2)
semilogx(omega, phaseLP(:),'Linewidth',2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPI(:),'r','Linewidth',2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPID(:),'g','Linewidth',2)
grid on
xlabel('Omega [rad/s]','fontSize',14,'fontName','times')
ylabel('Phase [deg]','fontSize',14,'fontName','times')
set(gca,'fontSize',14,'fontName','Times New Roman')
set(gca,'linewidth',1)
axis([1e-2 1e2 -180 90])
set(gca,'xtick',[1e-2,1e-1,1e0,1e1,1e2])
set(gca,'ytick',[-180, -90, 0, 90])
    
```

(2) ステップ応答法

プロセス応答曲線

“1次遅れ+むだ時間”で近似

$$P(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls}$$

(定位プロセス)

$$P(s) = \frac{R}{s} e^{-Ls}$$

(無定位プロセス)

減衰比: $\frac{1}{4}$

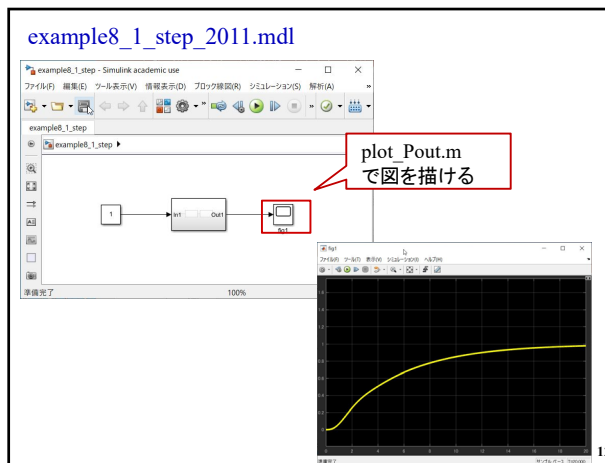
(ひとつの性能仕様)

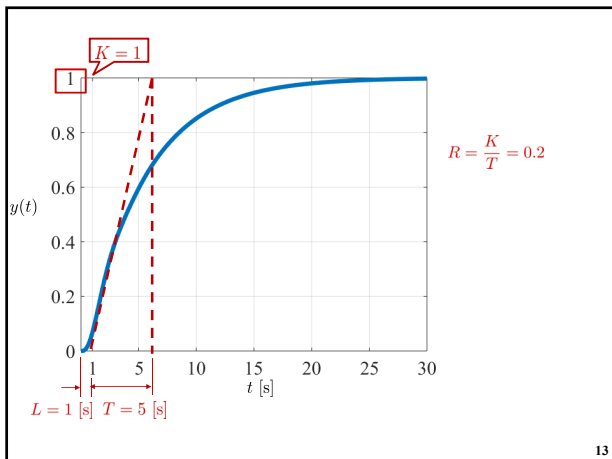
システム同定, 適応制御へ

図 8.8 プロセス反応曲線

表 8.2 ステップ応答法

コントローラ	K_P	T_I	T_D
P	$1/RL$	—	—
PI	$0.9/RL$	$L/0.3$	—
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

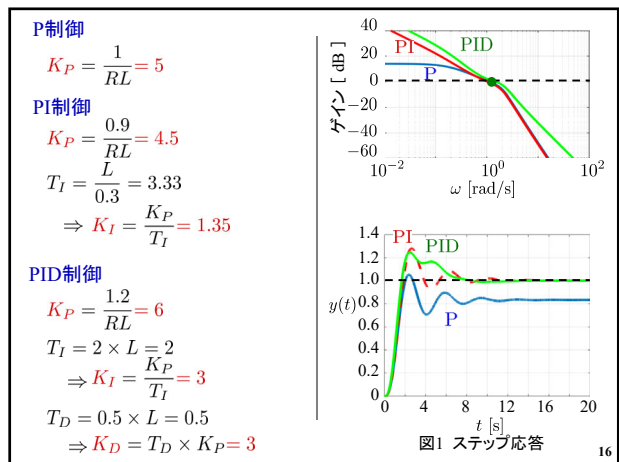
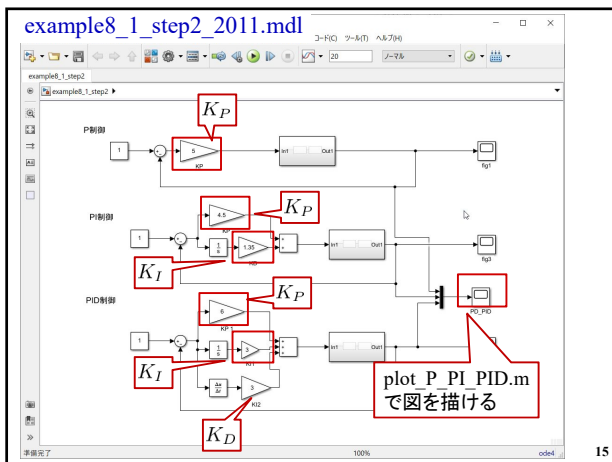




$R = \frac{K}{T} = 0.2$
 $L = 1 \text{ [s]}$

P制御 $K_P = \frac{1}{RL} = 5$
PI制御 $K_P = \frac{0.9}{RL} = 4.5$
 $T_I = \frac{L}{0.3} = 3.33 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.35$
PID制御 $K_P = \frac{1.2}{RL} = 6$
 $T_I = 2 \times L = 2 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 3$
 $T_D = 0.5 \times L = 0.5 \Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 3$

14



[後期第3回レポート]

【問題1】

制御対象 $P(s) = \frac{1}{2s+1} \cdot \frac{9}{s^2+3s+9}$

[report_PIDTuning_2011.mdl](#)
[report_PIDTuning2_2011.mdl](#)
[plot_P_PI_PID.m](#)

限界感度法を用いて、P、PI制御、PID制御を設計して下記を答えよ。

- (1) 限界ゲイン K_u 、限界周期 P_u
- (2) P制御の K_P
- (3) PI制御の K_P 、 K_I
- (4) PID制御の K_P 、 K_I 、 K_D
- (5) P制御、PI制御、PID制御の応答波形

17

【問題2】

制御対象 $P(s) = \frac{1}{2s+1} \cdot \frac{9}{s^2+3s+9}$

[report_step_2011.mdl](#)
[report_PIDTuning2_2011.mdl](#) 問題1と同じ
[plot_P_PI_PID.m](#)
[plot_Pout.m](#)

ステップ応答法を用いて、P、PI制御、PID制御を設計して下記を答えよ。

- (1) 遅れ時間 L 、時定数 T 、傾き R
- (2) P制御の K_P
- (3) PI制御の K_P 、 K_I
- (4) PID制御の K_P 、 K_I 、 K_D
- (5) P制御、PI制御、PID制御の応答波形

18

第 8 章 :フィードバック制御系の設計法

8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : PIDチューニング

学習目標 : 限界感度法とステップ応答法を習得する。