

# 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

## 8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : PIDチューニング

学習目標 : 限界感度法とステップ応答法を習得する。

## 8. フィードバック制御系の設計法

### 8.2.4 PIDチューニング

Ziegler and Nichols (1942)

#### (1) 限界感度法

限界ゲイン  $K_u$       限界周期  $P_u$

表 8.1 限界感度法

コントローラ	$K_P$	$T_I$	$T_D$
P	$0.5K_u$	—	—
PI	$0.45K_u$	$P_u/1.2$	—
PID	$0.6K_u$	$0.5P_u$	$P_u/8$

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{5s + 1} \cdot \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

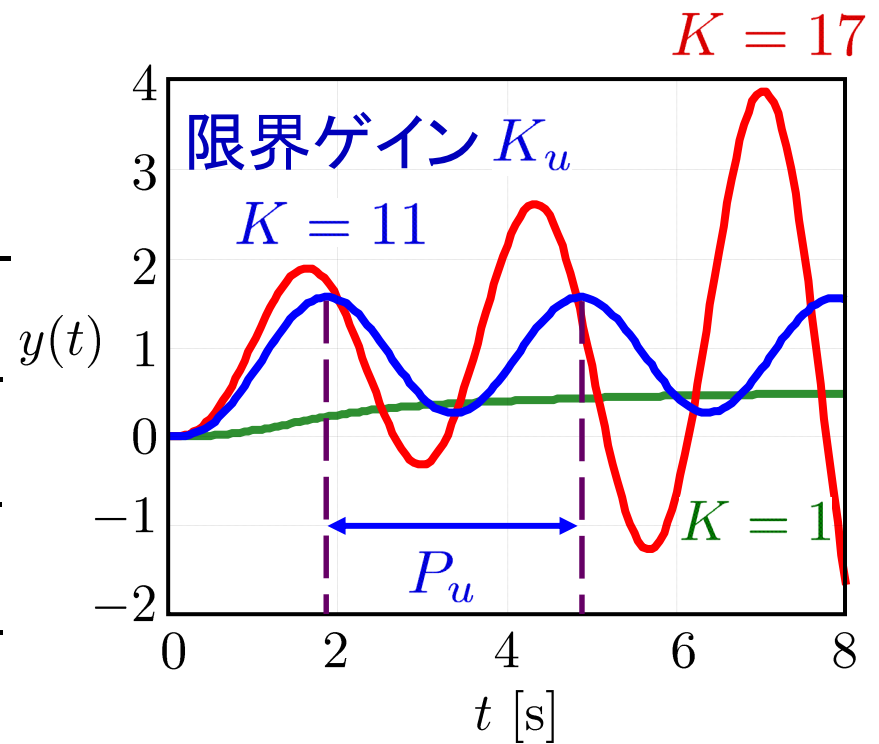
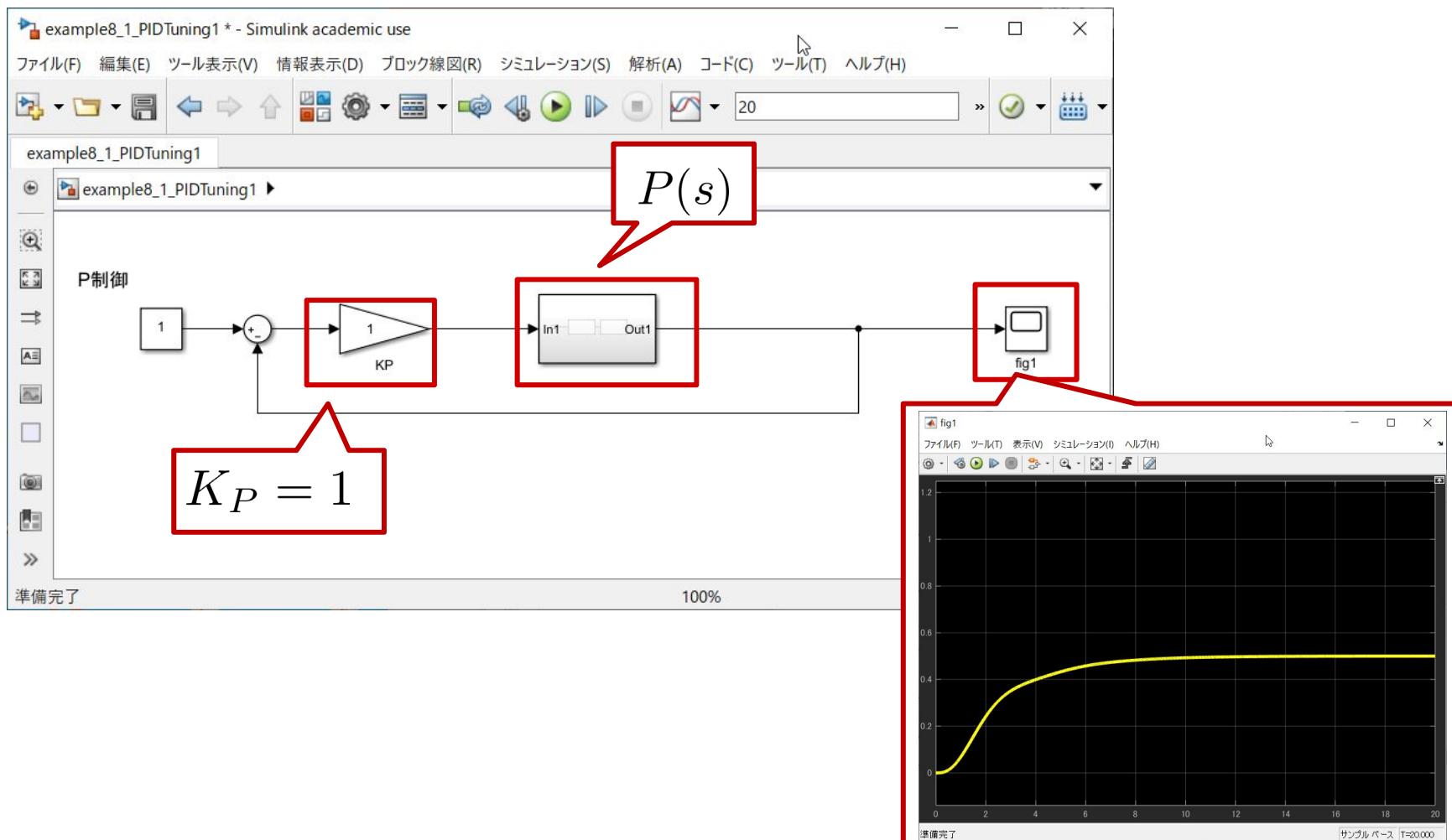


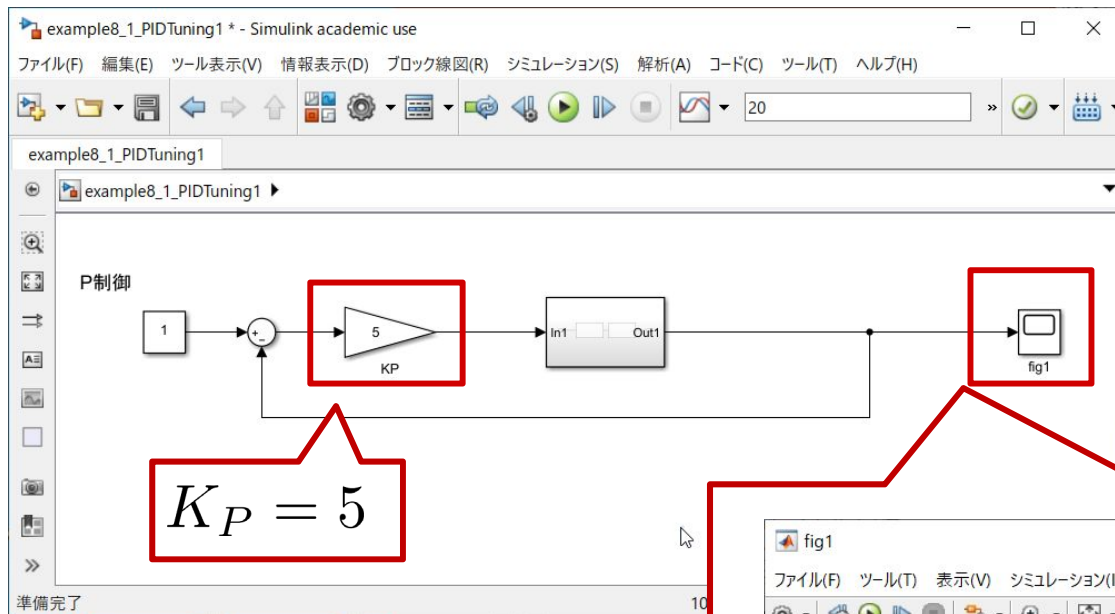
図 7.2 (b) 閉ループ系のステップ応答

# 【例】

$$P(s) = \frac{1}{5s + 1} \cdot \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$

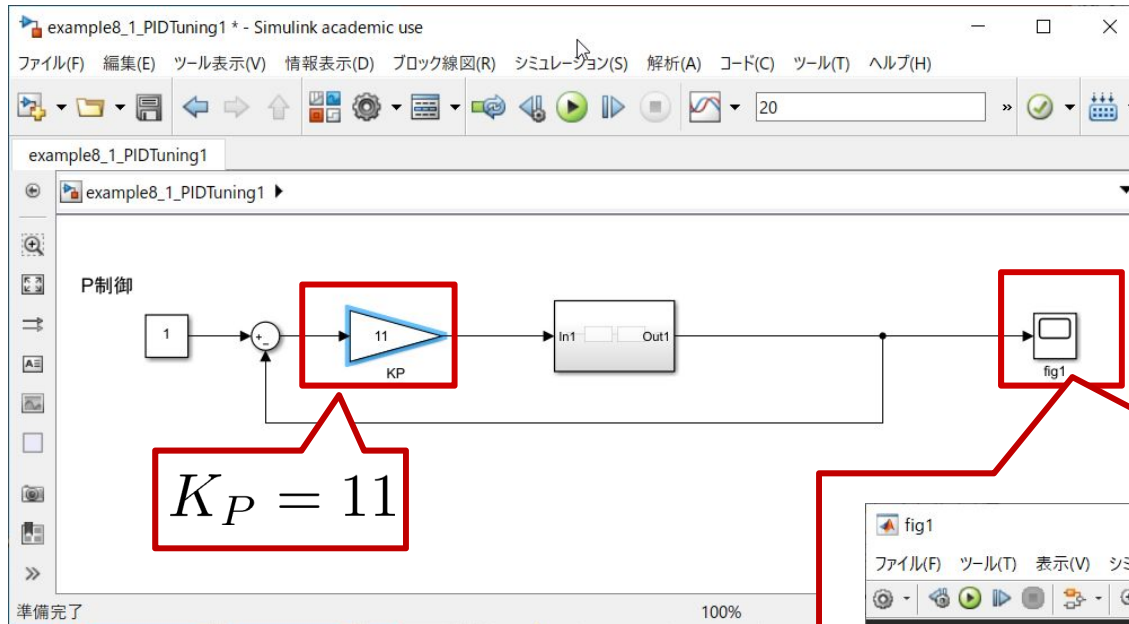
example8\_1\_PIDTuning1\_2011.mdl





$K_P$  を上げると振動がみ

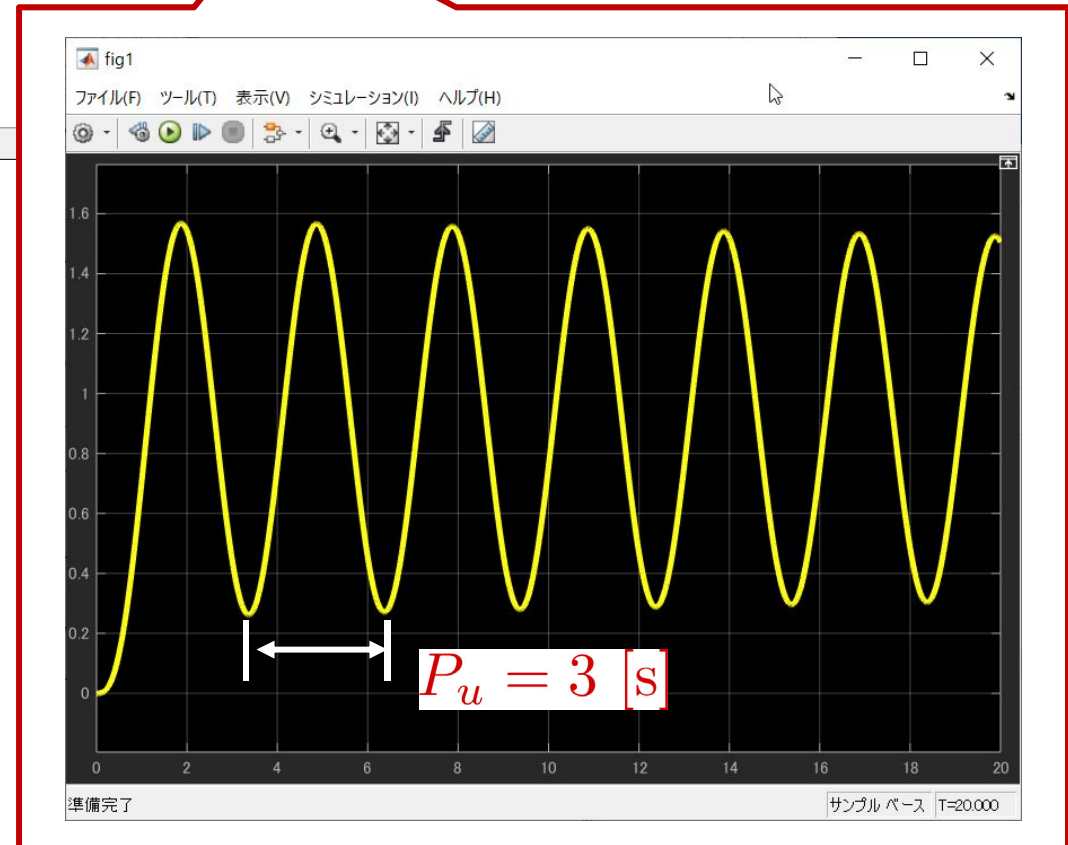




$K_P$  を上げると振動し続ける

限界ゲイン  $K_u = 11$

限界周期  $P_u = 3$  [s]



限界ゲイン  $K_u = 11$

限界周期  $P_u = 3$  [s]

P制御  $K_P = 0.5 \times K_u = 5.5$

PI制御  $K_P = 0.45 \times K_u = 4.95$

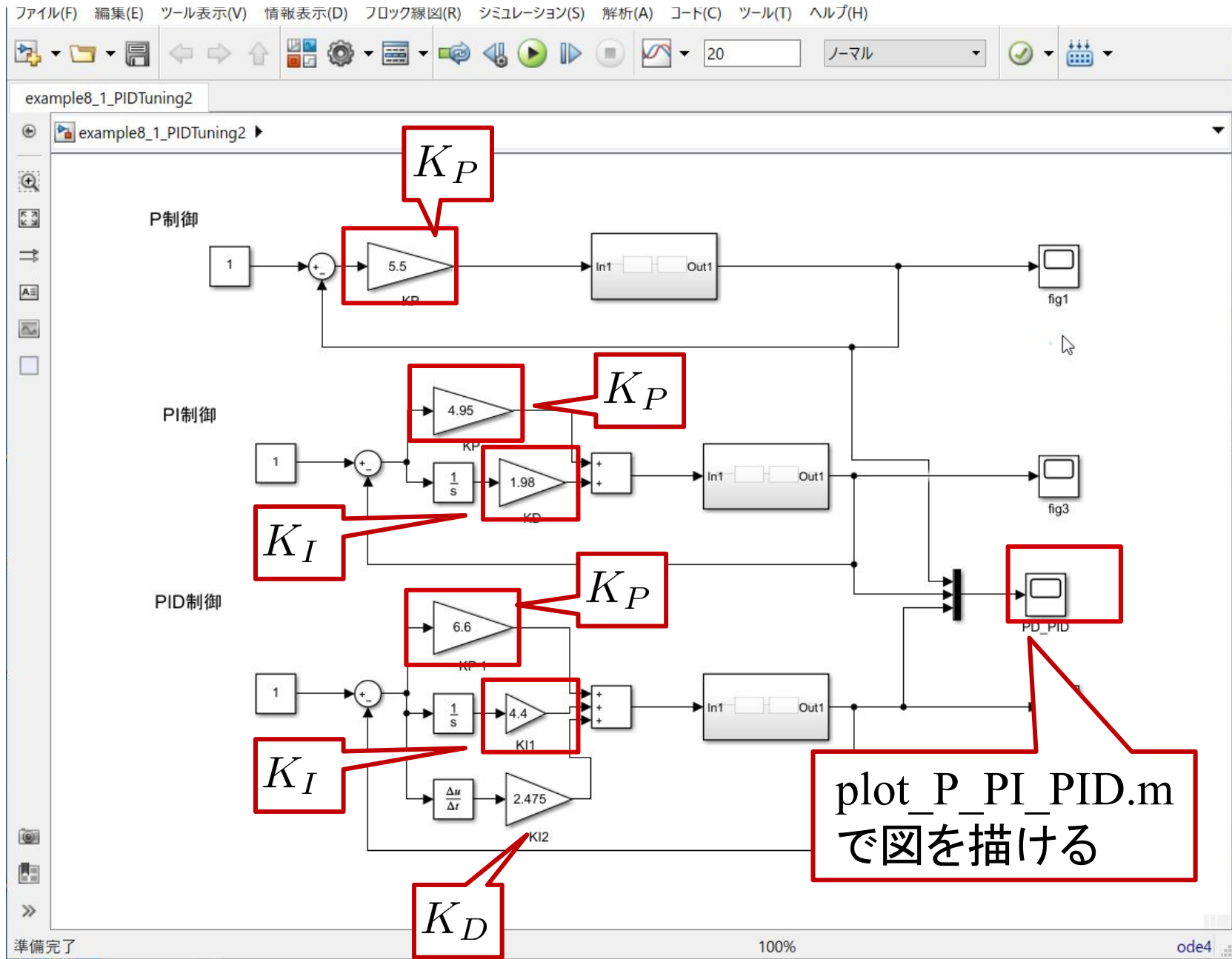
$$T_I = \frac{P_u}{1.2} = 2.5 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.98$$

PID制御  $K_P = 0.6 \times K_u = 6.6$

$$T_I = 0.5 \times P_u = 1.5 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 4.4$$

$$T_D = \frac{P_u}{8} = 0.375 \Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 2.475$$

# example8\_1\_PIDTuning2\_2011.mdl



## P制御

$$K_P = 0.5 \times K_u = 5.5$$

## PI制御

$$K_P = 0.45 \times K_u = 4.95$$

$$T_I = \frac{P_u}{1.2} = 2.5$$

$$\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.98$$

## PID制御

$$K_P = 0.6 \times K_u = 6.6$$

$$T_I = 0.5 \times P_u = 1.5$$

$$\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 4.4$$

$$T_D = \frac{P_u}{8} = 0.375$$

$$\Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 2.475$$

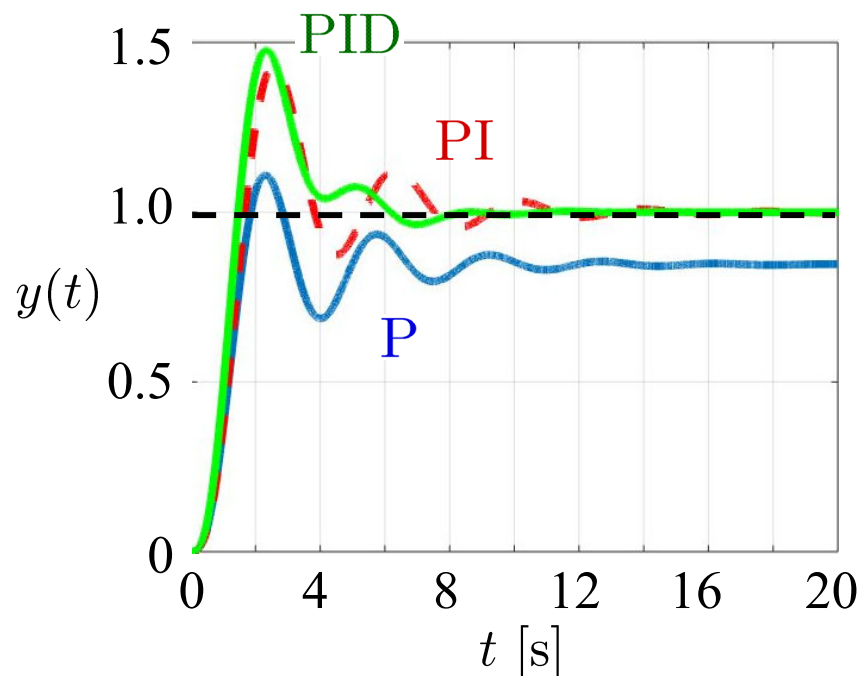
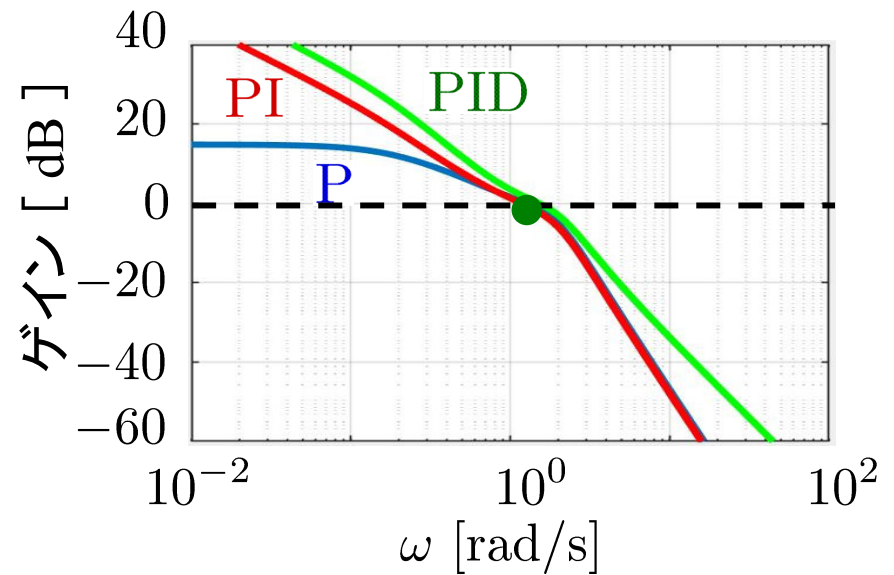


図1 ステップ応答



# ボード線図

## bode\_ex8\_1\_P\_PD\_PID\_tuning.m

```
close all
omega = logspace(-2, 2, 100);
P = tf([1], [5 1])*tf([4], [1 2 4]);
KP = 5.5;
LP = P*KP;
[magLP, phaseLP] = bode(LP, omega);
magLP_db = 20*log10(magLP);

KPI = tf([4.95 1.98], [1 0]);
LPI = P*KPI;
[magLPI, phaseLPI] = bode(LPI, omega);
magLPI_db = 20*log10(magLPI);

KPID = tf([2.475 6.6 4.4], [1 0]);
LPID = P*KPID;
[magLPID, phaseLPID] = bode(LPID, omega);
magLPID_db = 20*log10(magLPID);
```

(続く)

```

figure(1)
subplot(2, 1, 1)
semilogx(omega, magLP_db(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, magLPI_db(:), 'r', 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, magLPID_db(:), 'g', 'Linewidth', 2)
grid on
ylabel('Gain [dB]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -60 40])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])

subplot(2, 1, 2)
semilogx(omega, phaseLP(:), 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPI(:), 'r', 'Linewidth', 2)
hold on
semilogx(omega, phaseLPID(:), 'g', 'Linewidth', 2)
grid on
xlabel('ω [rad/s]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
ylabel('Phase [deg]', 'fontsize', 14, 'fontname', 'times')
set(gca, 'fontsize', 14, 'fontname', 'Times New Roman')
set(gca, 'linewidth', 1)
axis([1e-2 1e2 -180 90])
set(gca, 'xtick', [1e-2, 1e-1, 1e0, 1e1, 1e2])
set(gca, 'ytick', [-180, -90, 0, 90])

```

## (2) ステップ応答法

### プロセス応答曲線

“1次遅れ+むだ時間”で近似

$$P(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls}$$

(定位プロセス)

$$P(s) = \frac{R}{s} e^{-Ls}$$

(無定位プロセス)

減衰比:  $\frac{1}{4}$

(ひとつの性能仕様)

システム同定, 適応制御へ

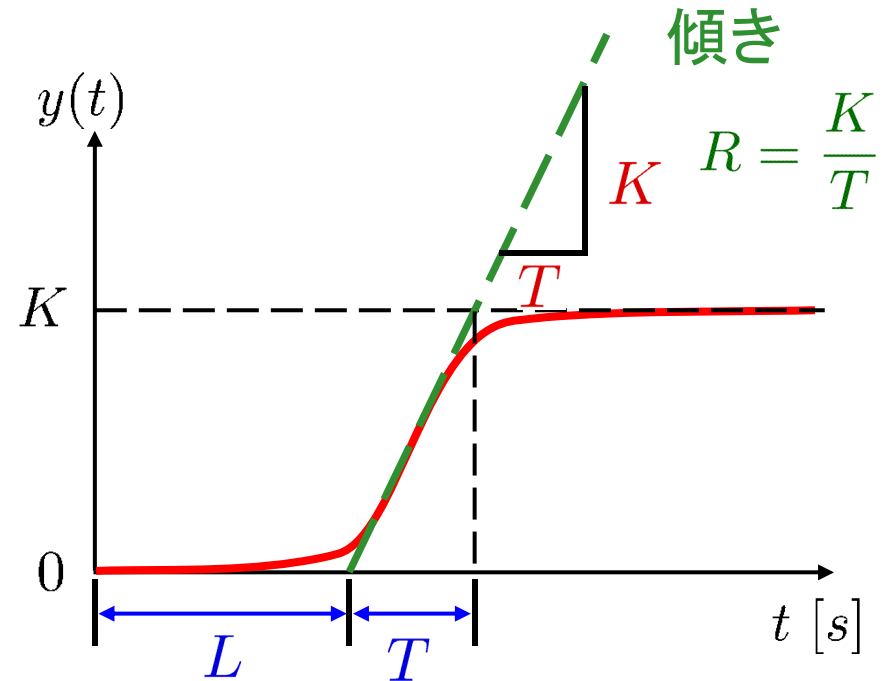
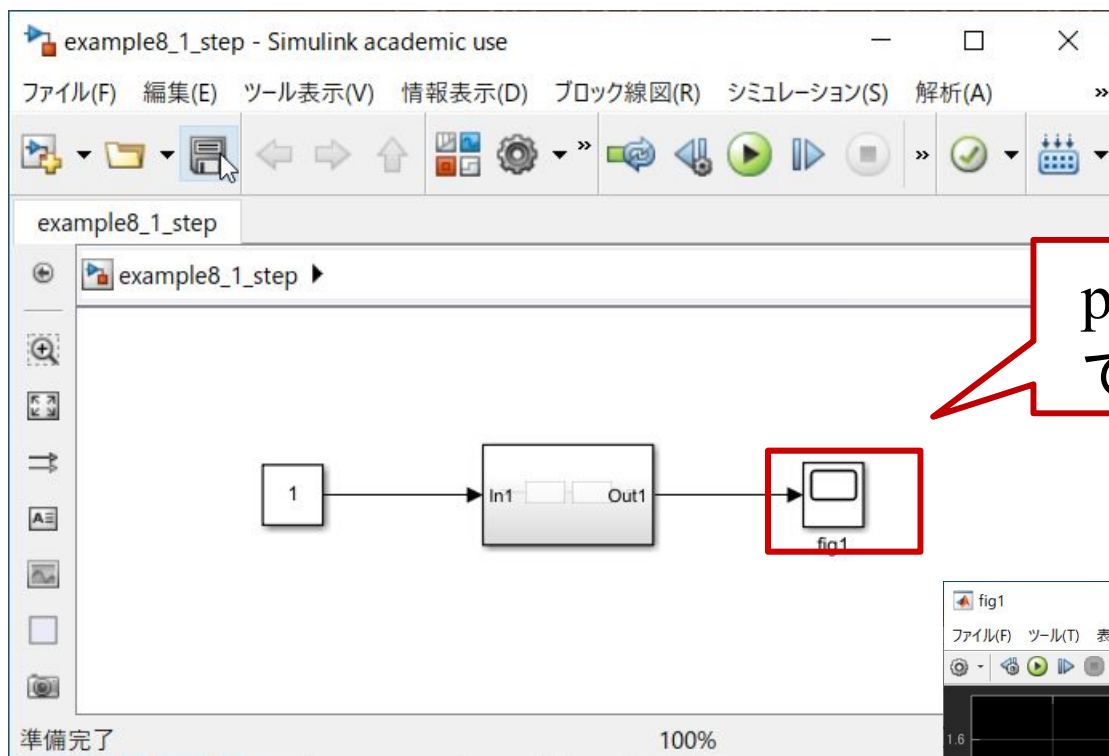


図 8.8 プロセス反応曲線

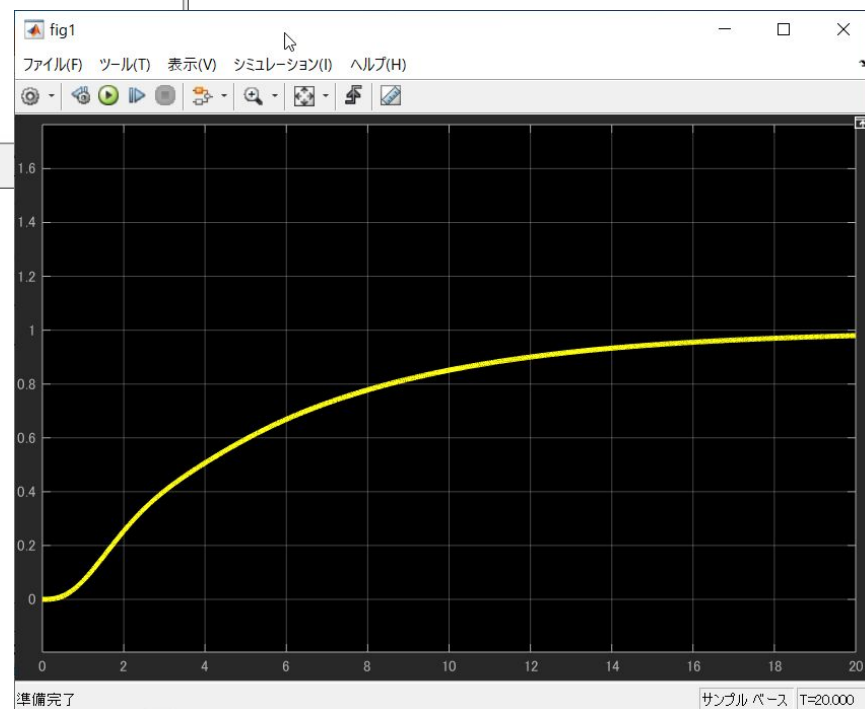
表 8.2 ステップ応答法

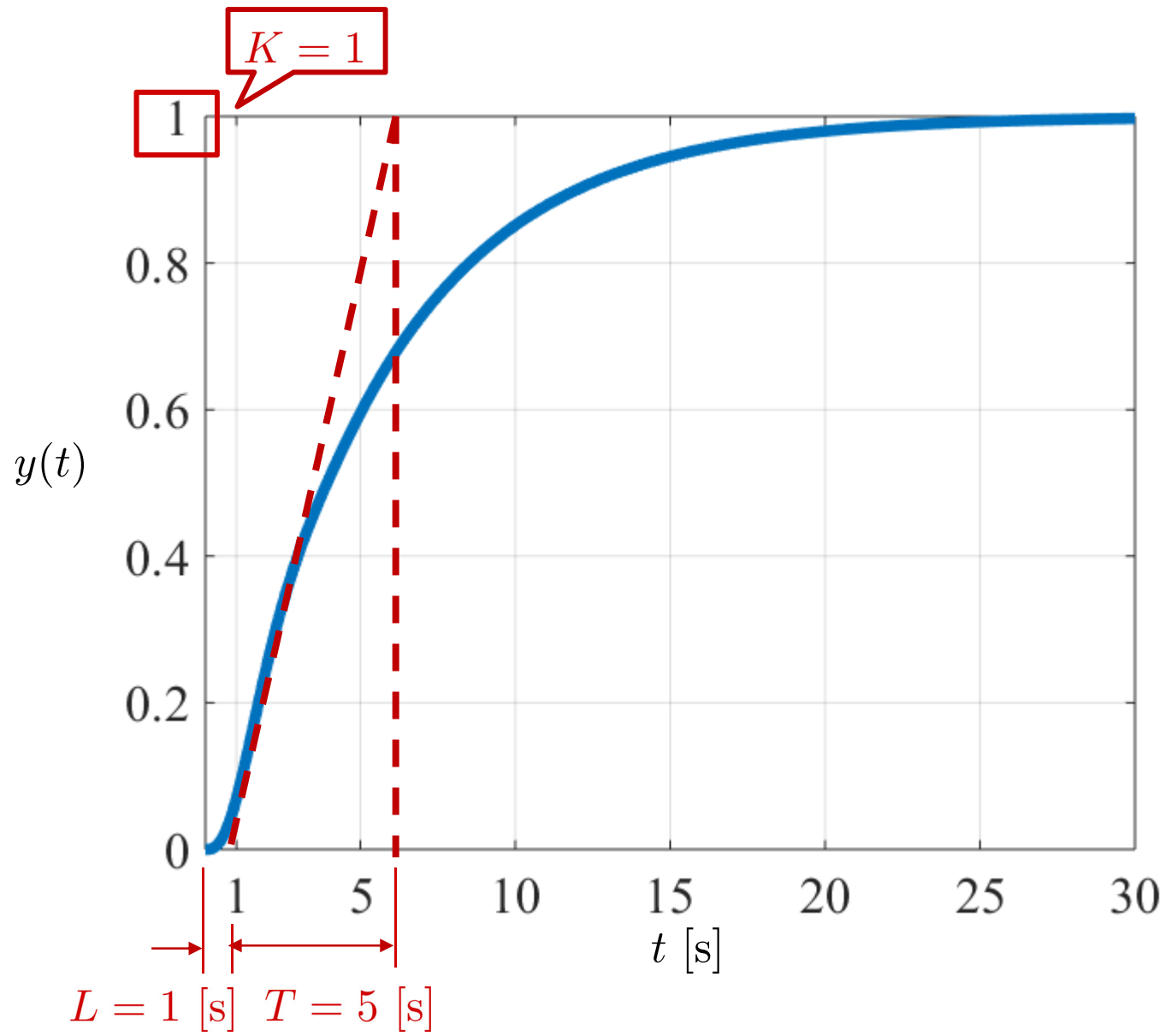
コントローラ	$K_P$	$T_I$	$T_D$
P	$1/RL$	—	—
PI	$0.9/RL$	$L/0.3$	—
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

# example8\_1\_step\_2011.mdl



plot\_Pout.m  
で図を描ける





$$R = \frac{K}{T} = 0.2$$

$$R = \frac{K}{T} = 0.2$$

$$L = 1 \text{ [s]}$$

$$\text{P制御} \quad K_P = \frac{1}{RL} = 5$$

$$\text{PI制御} \quad K_P = \frac{0.9}{RL} = 4.5$$

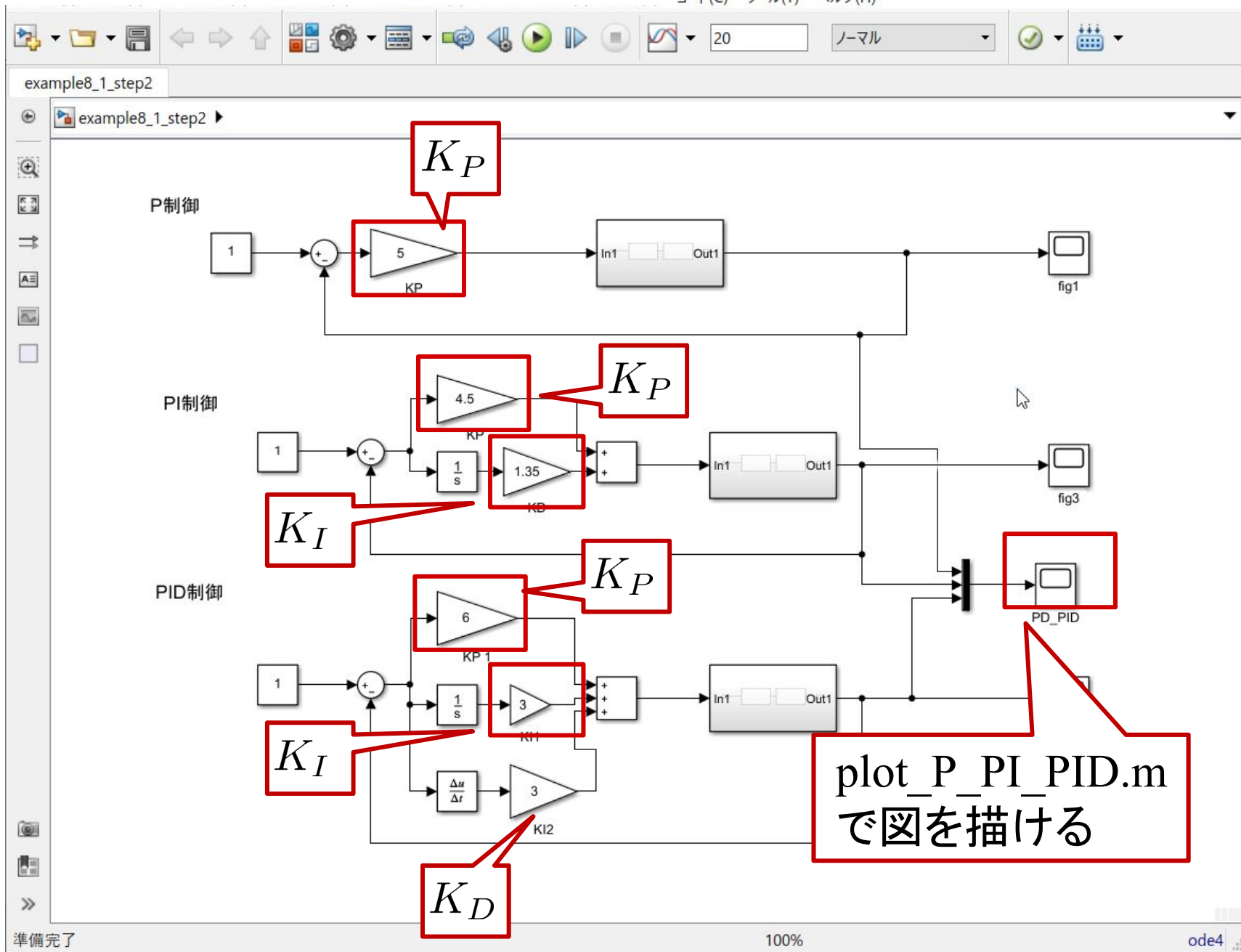
$$T_I = \frac{L}{0.3} = 3.33 \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.35$$

$$\text{PID制御} \quad K_P = \frac{1.2}{RL} = 6$$

$$T_I = 2 \times L = 2 \quad \Rightarrow \quad K_I = \frac{K_P}{T_I} = 3$$

$$T_D = 0.5 \times L = 0.5 \quad \Rightarrow \quad K_D = T_D \times K_P = 3$$

# example8\_1\_step2\_2011.mdl



## P制御

$$K_P = \frac{1}{RL} = 5$$

## PI制御

$$K_P = \frac{0.9}{RL} = 4.5$$

$$T_I = \frac{L}{0.3} = 3.33$$

$$\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 1.35$$

## PID制御

$$K_P = \frac{1.2}{RL} = 6$$

$$T_I = 2 \times L = 2$$

$$\Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = 3$$

$$T_D = 0.5 \times L = 0.5$$

$$\Rightarrow K_D = T_D \times K_P = 3$$

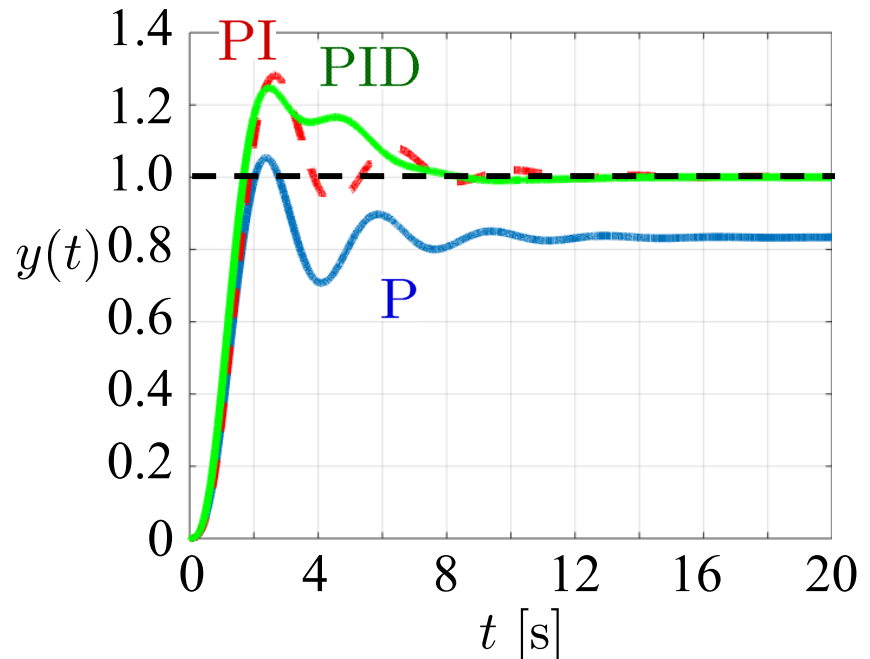
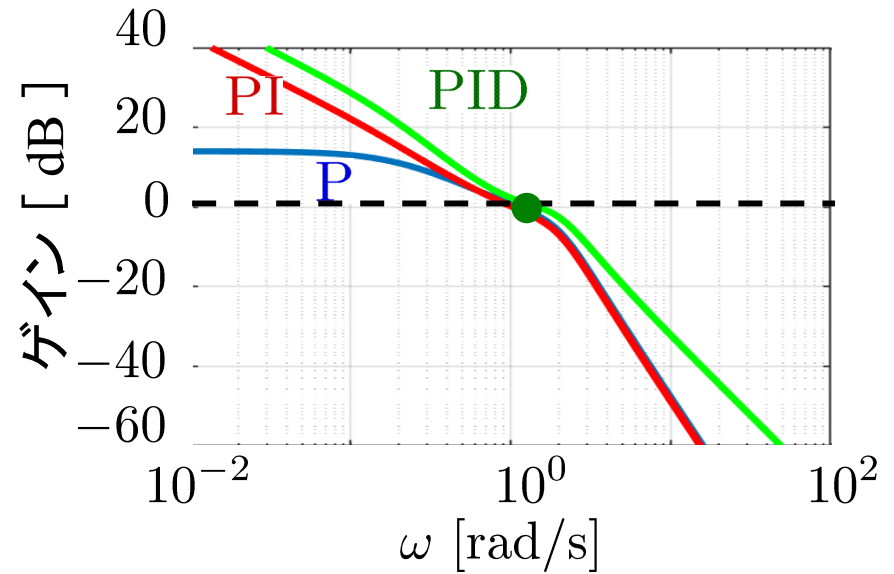


図1 ステップ応答



## [ 後期第3回レポート ]

### 【問題1】

$$\text{制御対象 } P(s) = \frac{1}{2s + 1} \cdot \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$$

report\_PIDTuning\_2011.mdl

report\_PIDTuning2\_2011.mdl

plot\_P\_PI\_PID.m

限界感度法を用いて, P, PI制御, PID制御を設計して下記を答えよ。

- (1) 限界ゲイン  $K_u$ , 限界周期  $P_u$
- (2) P制御の  $K_P$
- (3) PI制御の  $K_P, K_I$
- (4) PID制御の  $K_P, K_I, K_D$
- (5) P制御, PI制御, PID制御の応答波形

## 【問題2】

$$\text{制御対象 } P(s) = \frac{1}{2s + 1} \cdot \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$$

report\_step\_2011.mdl

report\_PIDTuning2\_2011.mdl 問題1と同じ

plot\_P\_PI\_PID.m

plot\_Pout.m

ステップ応答法を用いて, P, PI制御, PID制御を設計して下記を答えよ。

- (1) 遅れ時間  $L$ , 時定数  $T$ , 傾き  $R$
- (2) P制御の  $K_P$
- (3) PI制御の  $K_P, K_I$
- (4) PID制御の  $K_P, K_I, K_D$
- (5) P制御, PI制御, PID制御の応答波形

# 第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

## 8.2 PID 補償による制御系設計

キーワード : PIDチューニング

学習目標 : 限界感度法とステップ応答法を習得する。