

第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

- 7.1 不確かさとロバスト性
- 7.2 ロバスト安定性
- 7.3 制御性能のロバスト性

キーワード：不確かさ, ロバスト安定性
ロバスト性能

学習目標：MATLABを用いて、モデルの不確かさ, ロバスト安定性, ロバスト性能を確認することができる。

1

MATLAB演習

7章演習問題【5】

$$P(s) = \frac{1}{s} \quad K(s) = 1$$

$$W_2(s) = \frac{s}{1.5} \quad W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

ロバスト安定

$$\left| \frac{W_2 L}{1+L} \right| < 1, \quad \forall \omega \quad |T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad \forall \omega$$

ノミナル性能

$$|W_1 S| < 1, \quad \forall \omega \quad |S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad \forall \omega$$

2

file7_1.m を実行

```
P_nom = tf(1,[1 0])
K = 1;
W2 = tf([1 0],[1.5]);
D = ultidyn('Delta',[1 1]);
T = feedback(P_nom*K,1);
```

```
figure(1)
nyquist(P_nom*K*(1+W2*D))
figure(2)
hold on
bodemag(T)
hold on
bodemag(1/W2)
```

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

$$K(s) = 1$$

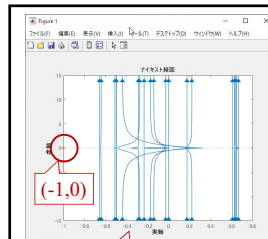
$$W_2(s) = \frac{s}{1.5}$$

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)}$$

$$\tilde{P} = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

$$\tilde{L} = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)K(s)$$

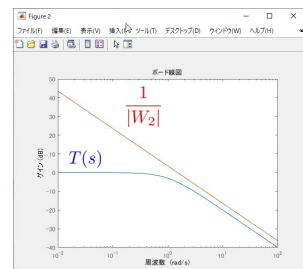
3



すべての \tilde{P} が (-1,0) を
左にみて通過する
↓
ロバスト安定

$$|T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad \forall \omega$$

↓
ロバスト安定



4

file7_2.m を実行

```
P_nom = tf(1,[1 0])
K = 1;
W1 = tf([1],[1.5 0]);
S = inv(1+P_nom*K)
```

```
figure(3)
bodemag(S)
hold on
bodemag(1/W1)
```

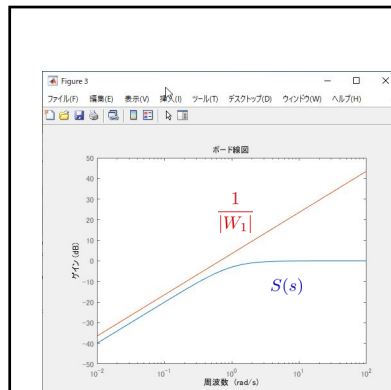
$$P(s) = \frac{1}{s}$$

$$K(s) = 1$$

$$W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)}$$

5



$$|S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad \forall \omega$$

↓
ノミナル性能

6

file7_3.m を実行

```

omega=logspace(-2,3,100);
P_nom=tf(1,[1 0]);
K=1;
W1=tf(1,[1.5 0]);
W2=tf(1,[1 0],[1.5]);
D=ultidyn('Delta',[1 1]);
T=feedback(P_nom*K,1);
Stilde=inv(1+P_nom*K*(1+W2*D));
S=inv(1+P_nom*K);

figure(4)
bodemag(Stilde)
hold on
bodemag(1/W1)
grid on
    
```

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

$$K(s) = 1$$

$$W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

$$W_2(s) = \frac{s}{1.5}$$

$$T(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)}$$

(続く)

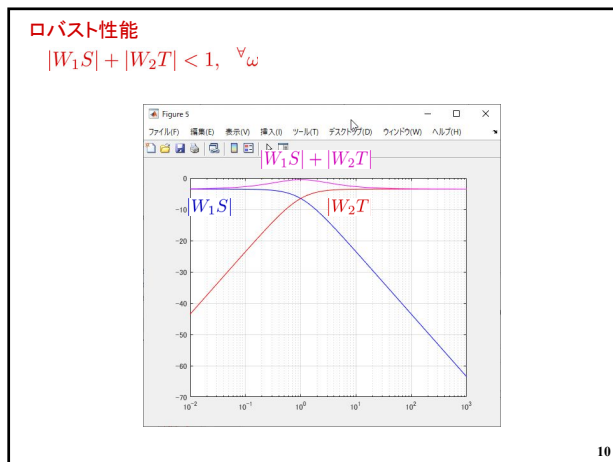
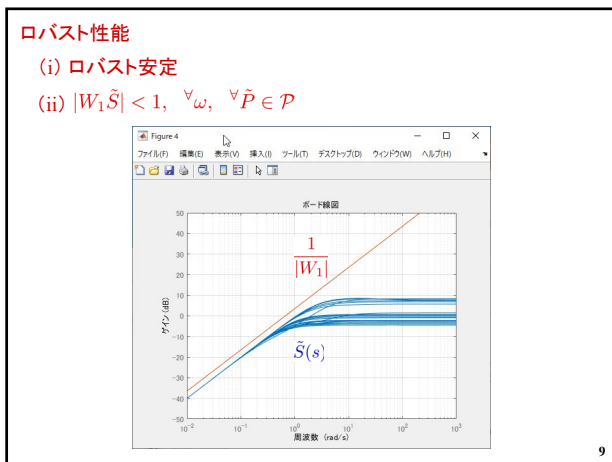
```

[gain_W1S,phase_W1S]=bode(omega,W1*S);
gain_W1S_dB=20*log10(gain_W1S(:));

[gain_W2T,phase_W2T]=bode(omega,W2*T);
gain_W2T_dB=20*log10(gain_W2T(:));

W1SW2T=gain_W1S+gain_W2T;
gain_W1SW2T_dB=20*log10(W1SW2T(:));

figure(5)
semilogx(omega,gain_W1S_dB(:,1),'b');
hold on
semilogx(omega,gain_W2T_dB(:,1),'r');
hold on
semilogx(omega,gain_W1SW2T_dB,'m');
grid on
    
```



【課題1】

7章演習問題【5】において、ロバスト性能を満たさない $K(s)$ を求め下記を描け。

- $|T(s)|$ と $\left| \frac{1}{W_2(s)} \right|$
- $|S(s)|$ と $\left| \frac{1}{W_1(s)} \right|$
- $|W_1S|$ と $|W_2T|$ と $|W_1S| + |W_2T|$

【課題2】 不確かさ $W_2(s)$ を設定せよ。

(a) 入力30	(b) 入力50	(c) 入力100
$T = 0.09$	$T = 0.08$	$T = 0.11$
$K = \frac{300}{30} = 10$	$K = \frac{530}{50} = 10.6$	$K = \frac{940}{100} = 9.4$
$P_1(s) = \frac{10}{s(0.09s + 1)}$	$P_2(s) = \frac{10.6}{s(0.08s + 1)}$	$P_3(s) = \frac{9.4}{s(0.11s + 1)}$

不確かなモデル

ノミナルモデル(モータの入力から角度)

$$P(s) = \frac{1}{s}P_1(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

MATLAB
file4.m を実行

乗法的な不確かさ $\frac{\tilde{P}(s) - P(s)}{P(s)}$

— $\frac{P_1(s) - P(s)}{P(s)}$

— $\frac{P_2(s) - P(s)}{P(s)}$

— $\frac{P_3(s) - P(s)}{P(s)}$

13

$W_2(s)$ を設計
file4.m を実行

すべてのラインを覆う $W_2(s)$ にする

```

T_nom = 0.0933;
K_nom = 10;
P_nom = tf(K_nom, [T_nom 1 0]);

.....
figure(1)
bodemag(W2_1)
hold on
grid on
bodemag(W2_2, 'r')
hold on
bodemag(W2_3, 'm')
hold on
bodemag(W2, 'g')
set(gca, 'fontSize', 16)
set(gca, 'xtick', [1e-2 1e-1 1 1e1 1e2 1e3])
    
```

$W_2 = ;$ %を外して, W_2 に伝達関数を書く

```

bodemag(W2, 'g')
hold on
    
```

14

3つの伝達関数に分解できる

$$W_2(s) = K \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}$$

15

表 5.1 基本要素のボード線図

$G(s)$	ゲイン曲線	位相曲線
K	dB ↑ $20 \log K $ 0 → ω	0° → ω
s	dB ↑ 1 0 → ω 20dB/dec	90° → ω 0° → ω
$\frac{1}{s}$	dB ↓ 1 0 → ω -20dB/dec	0° → ω -90° → ω
$Ts + 1$	dB ↑ 20dB/dec. 0 → ω $1/T$	90° → ω 0° → $0.2/T$ $5/T$
$\frac{1}{Ts + 1}$	dB ↓ $1/T$ 0 → ω -20dB/dec	0° → $0.2/T$ $5/T$ -90° → ω
$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	dB ↑ ω_n 0 → ω	0° → ω_n -180° → ω

16

第7章 : フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性
7.2 ロバスト安定性
7.3 制御性能のロバスト性

キーワード : 不確かさ, ロバスト安定性
ロバスト性能

学習目標 : MATLABを用いて, モデルの不確かさ, ロバスト安定性, ロバスト性能を確認することができる。

17