

# 第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

7.2 ロバスト安定性

7.3 制御性能のロバスト性

キーワード：不確かさ, ロバスト安定性  
ロバスト性能

学習目標：MATLABを用いて, モデルの不確かさ, ロバスト安定性, ロバスト性能を確認することができる。

# MATLAB演習

## 7章演習問題【5】

$$P(s) = \frac{1}{s} \quad K(s) = 1$$

$$W_2(s) = \frac{s}{1.5} \quad W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

ロバスト安定

$$\left| \frac{W_2 L}{1 + L} \right| < 1, \quad \forall \omega \quad |T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad \forall \omega$$

ノミナル性能

$$|W_1 S| < 1, \quad \forall \omega \quad |S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad \forall \omega$$

## file7\_1.m を実行

```
P_nom = tf(1,[1 0])
```

```
K = 1;
```

```
W2 = tf([1 0],[1.5]);
```

```
D = ultidyn('Delta',[1 1]);
```

```
T = feedback(P_nom*K,1);
```

```
figure(1)
```

```
nyquist(P_nom*K*(1 + W2*D))
```

```
figure(2)
```

```
hold on
```

```
bodemag(T)
```

```
hold on
```

```
bodemag(1/W2)
```

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

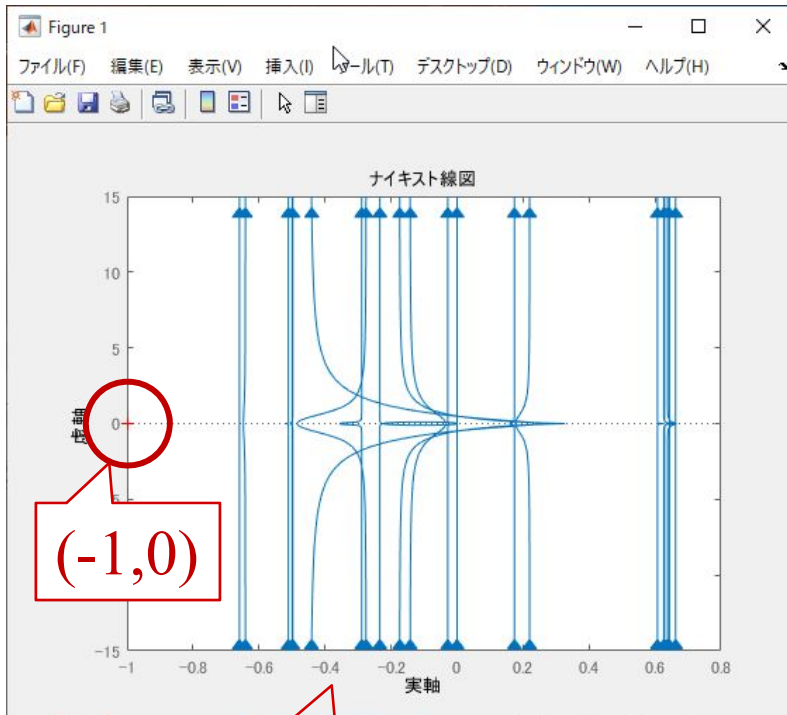
$$K(s) = 1$$

$$W_2(s) = \frac{s}{1.5}$$

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}$$

$$\tilde{P} = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)$$

$$\tilde{L} = (1 + \Delta(s)W_2(s))P(s)K(s)$$

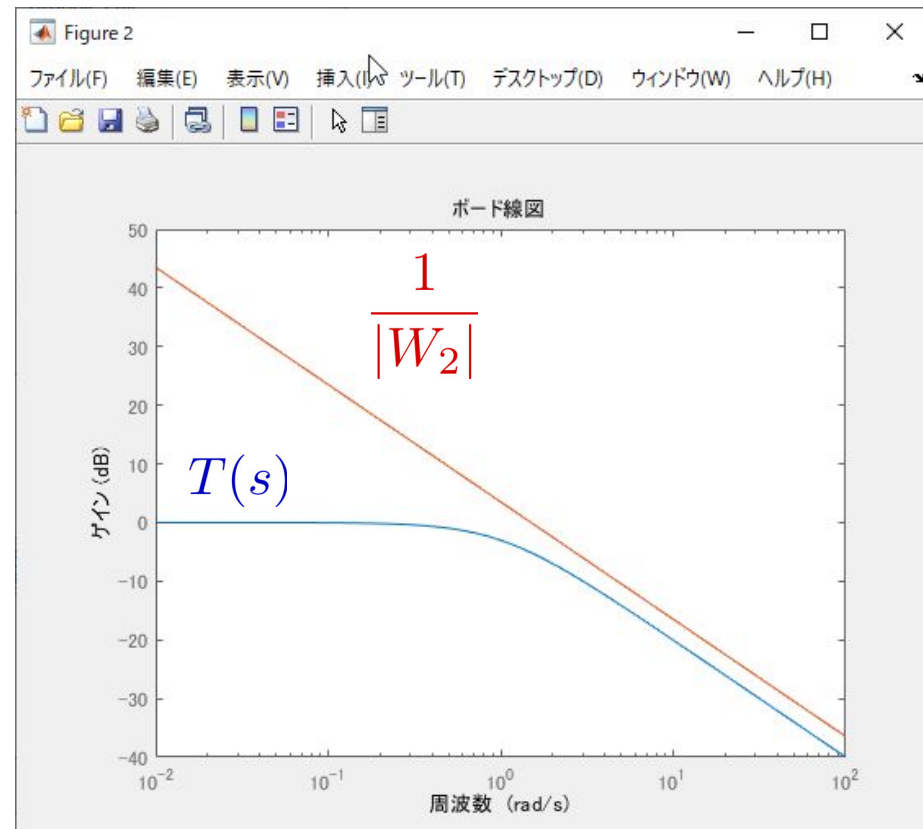


すべての  $\tilde{P}$  が  $(-1,0)$  を  
左にみて通過する  
↓  
ロバスト安定

$$|T| < \frac{1}{|W_2|}, \quad \forall \omega$$

↓

ロバスト安定



## file7\_2.m を実行

```
P_nom = tf(1,[1 0])
```

```
K = 1;
```

```
W1 = tf([1],[1.5 0]);
```

```
S = inv(1+P_nom*K)
```

```
figure(3)
```

```
bodemag(S)
```

```
hold on
```

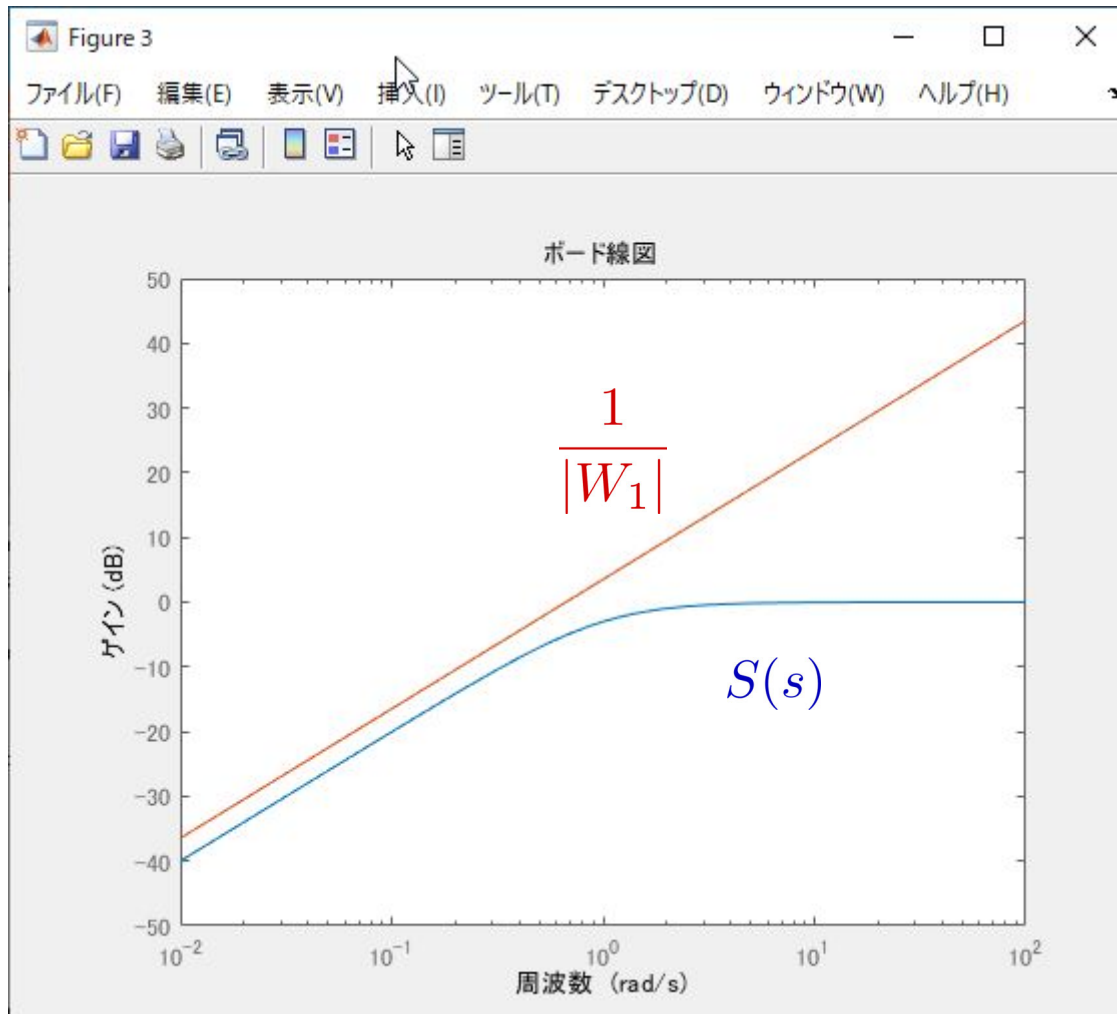
```
bodemag(1/W1)
```

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

$$K(s) = 1$$

$$W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

$$T(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)}$$



$$|S| < \frac{1}{|W_1|}, \quad \forall \omega$$



ノミナル性能

## file7\_3.m を実行

```
omega=logspace(-2,3,100);  
  
P_nom = tf(1,[1 0])  
K = 1;  
  
W1 = tf([1],[1.5 0]);  
W2 = tf([1 0],[1.5]);  
  
D = ultidyn('Delta',[1 1]);  
T = feedback(P_nom*K,1);  
Stilde = inv(1+P_nom*K*(1 + W2*D));  
S = inv(1+P_nom*K);  
  
figure(4)  
bodemag(Stilde)  
hold on  
bodemag(1/W1)  
grid on
```

(続く)

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

$$K(s) = 1$$

$$W_1(s) = \frac{1}{1.5s}$$

$$W_2(s) = \frac{s}{1.5}$$

$$T(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)}$$

```
[gain_W1S,phase_W1S]=bode(omega,W1*S);  
gain_W1S_dB=20*log10(gain_W1S(:));
```

```
[gain_W2T,phase_W2T]=bode(omega,W2*T);  
gain_W2T_dB=20*log10(gain_W2T(:));
```

```
W1SW2T=gain_W1S+gain_W2T;  
gain_W1SW2T_dB=20*log10(W1SW2T(:));
```

```
figure(5)
```

```
semilogx(omega,gain_W1S_dB(:,1),'b');
```

```
hold on
```

```
semilogx(omega,gain_W2T_dB(:,1),'r');
```

```
hold on
```

```
semilogx(omega,gain_W1SW2T_dB,'m');
```

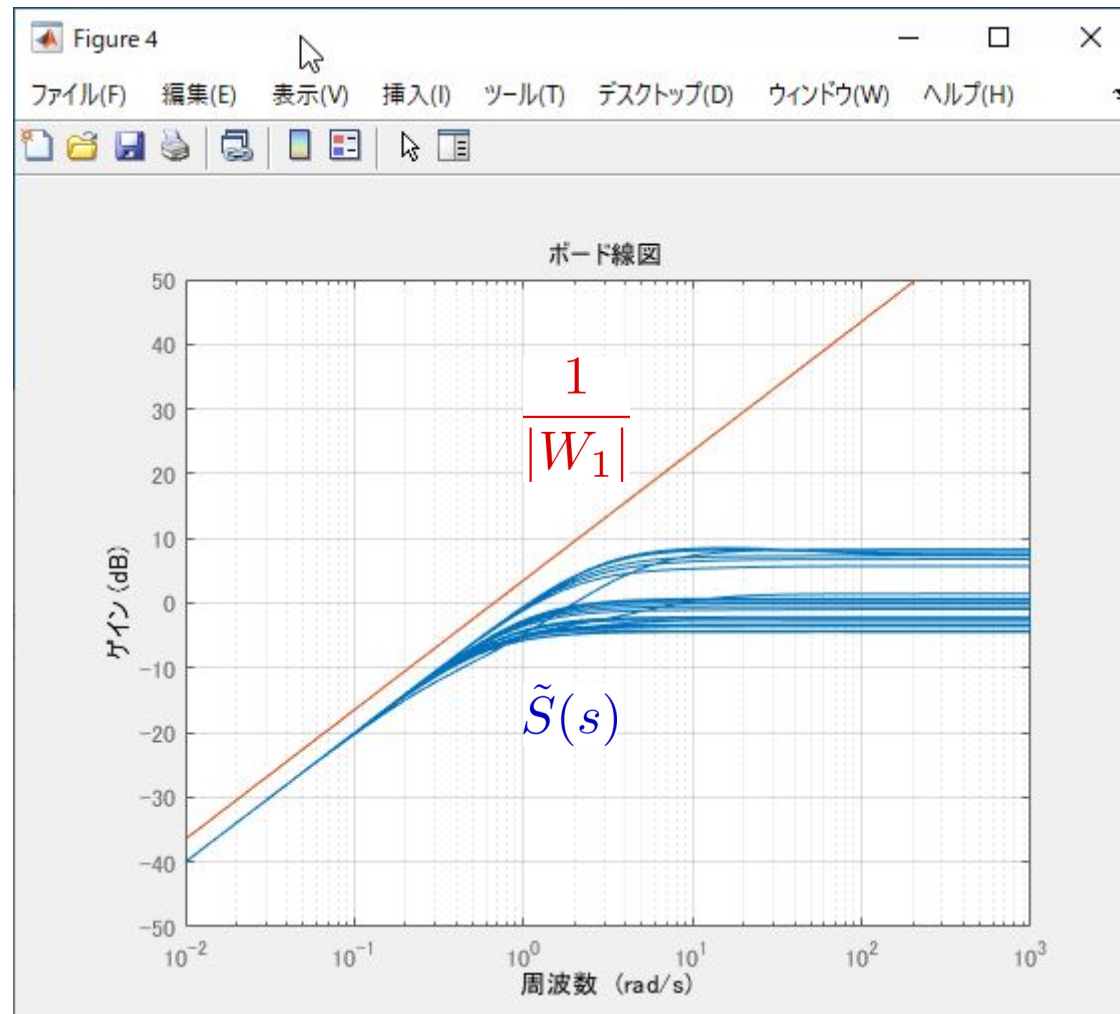
```
grid on
```



## ロバスト性能

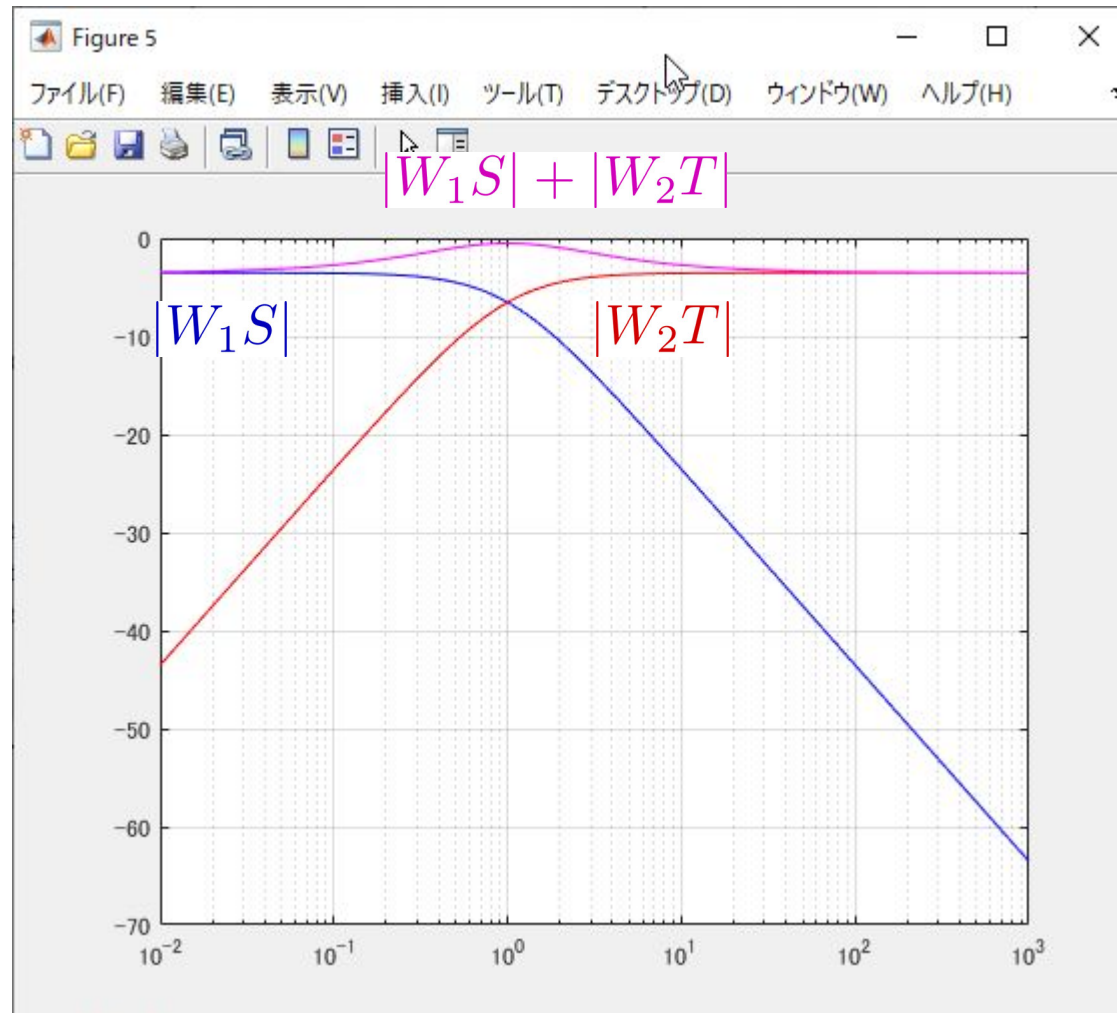
(i) ロバスト安定

(ii)  $|W_1 \tilde{S}| < 1, \forall \omega, \forall \tilde{P} \in \mathcal{P}$



# ロバスト性能

$$|W_1S| + |W_2T| < 1, \quad \forall \omega$$



## 【課題1】

7章演習問題【5】において, ロバスト性能を満たさない  $K(s)$  を求め  
下記を描け。

$$(1) \quad |T(s)| \text{ と } \left| \frac{1}{W_2(s)} \right|$$

$$(2) \quad |S(s)| \text{ と } \left| \frac{1}{W_1(s)} \right|$$

$$(3) \quad |W_1S| \text{ と } |W_2T| \text{ と } |W_1S| + |W_2T|$$

【課題2】不確かさ  $W_2(s)$  を設定せよ。

|             | (a) 入力30                           | (b) 入力50                             | (c) 入力100                           |
|-------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
|             | $T = 0.09$                         | $T = 0.08$                           | $T = 0.11$                          |
|             | $K = \frac{300}{30} = 10$          | $K = \frac{530}{50} = 10.6$          | $K = \frac{940}{100} = 9.4$         |
| 不確かな<br>モデル | $P_1(s) = \frac{10}{s(0.09s + 1)}$ | $P_2(s) = \frac{10.6}{s(0.08s + 1)}$ | $P_3(s) = \frac{9.4}{s(0.11s + 1)}$ |

ノミナルモデル(モータの入力から角度)

$$P(s) = \frac{1}{s} P_1(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)} = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$$

# MATLAB

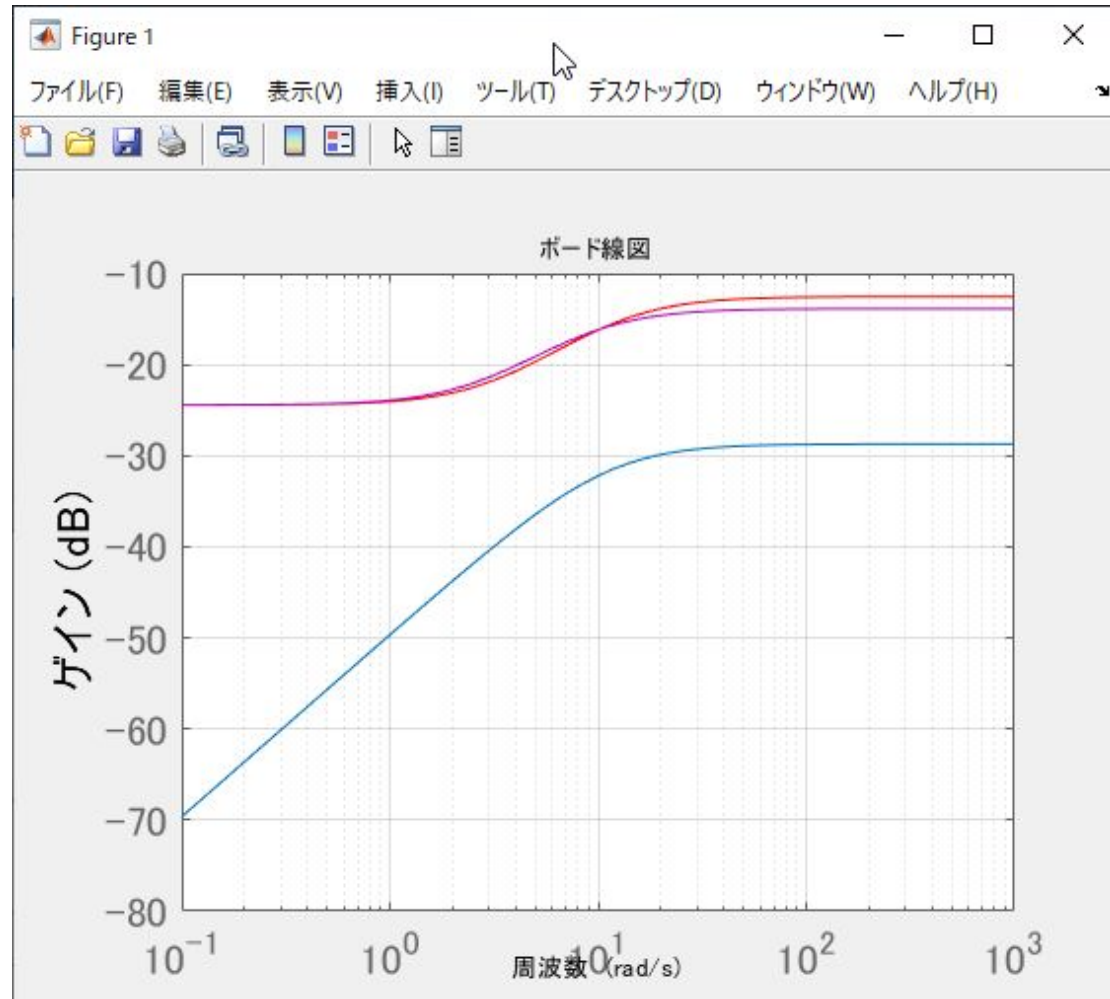
file4.m を実行

—  $\frac{P_1(s) - P(s)}{P(s)}$

—  $\frac{P_2(s) - P(s)}{P(s)}$

—  $\frac{P_3(s) - P(s)}{P(s)}$

乗法的な不確かさ  $\frac{\tilde{P}(s) - P(s)}{P(s)}$



## $W_2(s)$ を設計

file4.m を実行

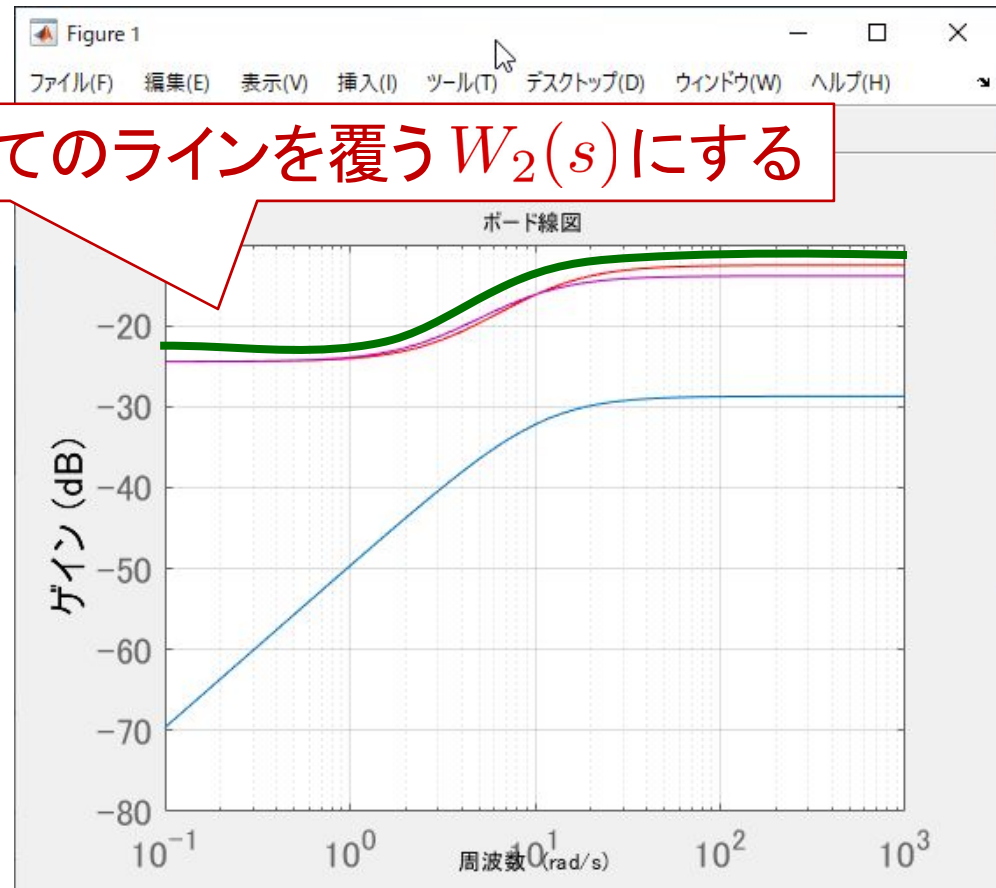
```
T_nom = 0.0933;  
K_nom = 10;  
P_nom = tf(K_nom, [T_nom 1 0])
```

.....

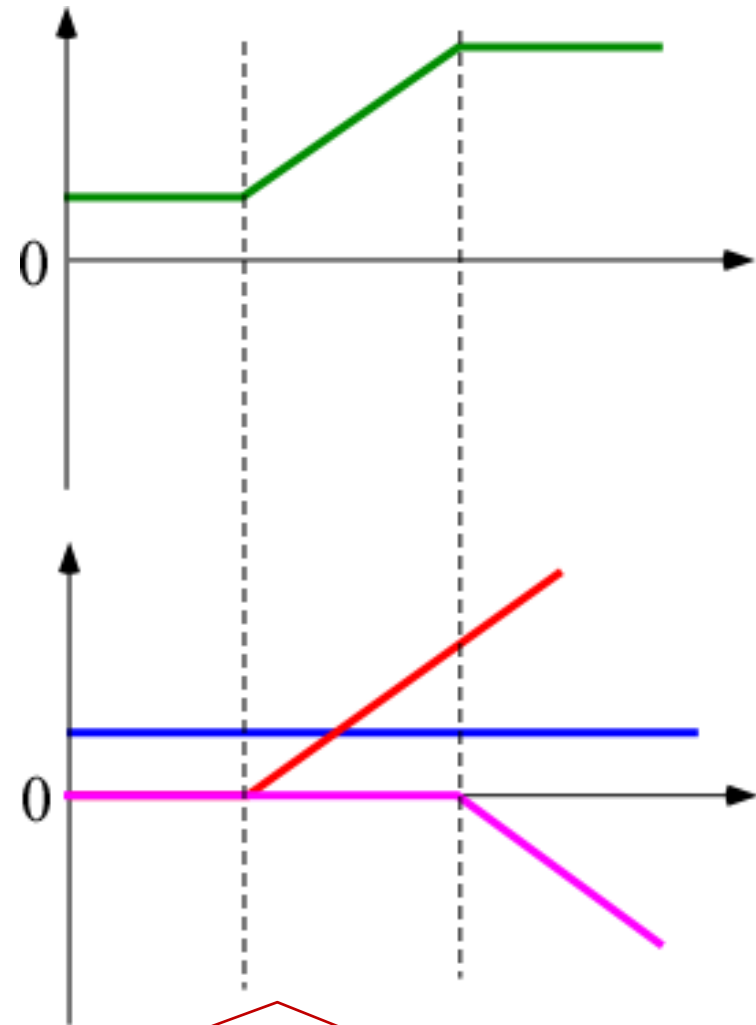
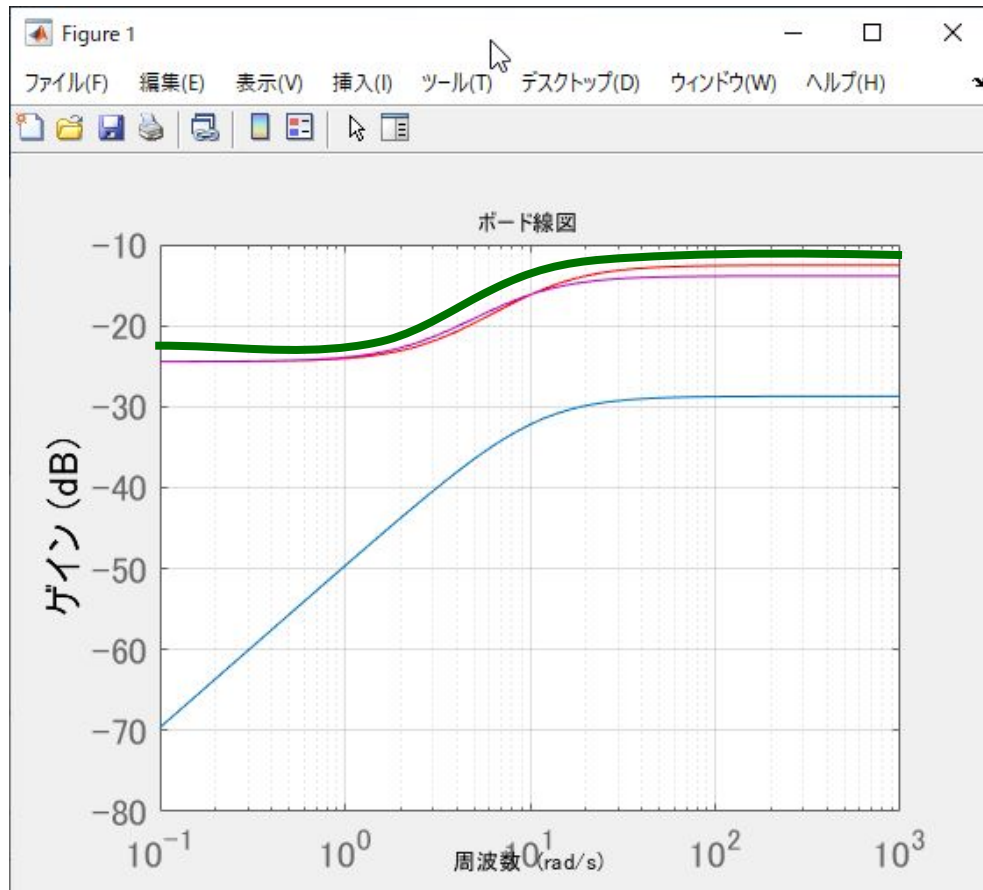
```
figure(1)  
bodemag(W2_1)  
hold on  
grid on  
bodemag(W2_2, 'r')  
hold on  
bodemag(W2_3, 'm')  
hold on  
set(gca, 'fontsize', 16)  
set(gca, 'xtick', [1e-2 1e-1 1 1e1 1e2 1e3])
```

```
W2 = ;  
bodemag(W2, 'g')  
hold on
```

すべてのラインを覆う  $W_2(s)$  にする



%を外して, W2 に伝達関数を書く



3つの伝達関数に分解できる

$$W_2(s) = K \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}$$

表 5.1 基本要素のボード線図

| $G(s)$   | ゲイン曲線 | 位相曲線 |
|--|-------|------|
| $K$  |       |      |
| $s$  |       |      |
| $\frac{1}{s}$  |       |      |
| $Ts + 1$   |       |      |
| $\frac{1}{Ts + 1}$                                       |       |      |
| $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ |       |      |



# 第7章：フィードバック制御系のロバスト性解析

7.1 不確かさとロバスト性

7.2 ロバスト安定性

7.3 制御性能のロバスト性

キーワード：不確かさ, ロバスト安定性  
ロバスト性能

学習目標：MATLABを用いて, モデルの不確かさ, ロバスト安定性, ロバスト性能を確認することができる。