

第 8 章 : フィードバック制御系の設計法

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。

1

位相進み補償

コントローラ

$$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1} \quad (\alpha_1 < 1)$$

過渡特性の改善, 安定化

位相進み  $\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{\alpha_1 T_1}$

[注] 高周波ゲイン→大

ノイズ増幅  
ロバスト安定性の劣化

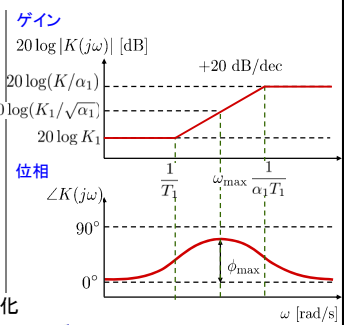


図8.13 位相進み補償のボード線図

位相が最も進む角周波数  $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}}$

位相進みの最大値  $\sin \phi_{max} = \frac{1 - \alpha_1}{1 + \alpha_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$

8章演習問題[4] 2

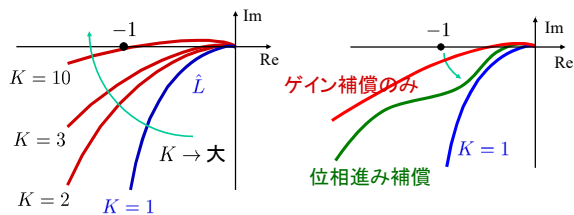
ベクトル軌跡で見る位相進み補償

制御対象  $P(s)$

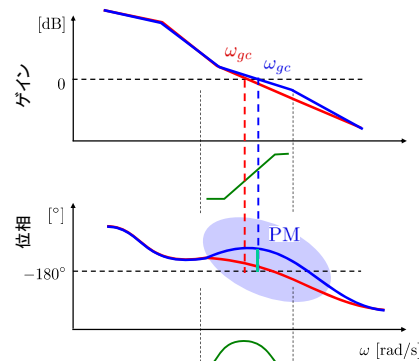
$\hat{L} = PK$   $K$ : ゲイン補償

位相進み補償

位相余裕を増加させる



3



4

位相進み補償の設計手順

[ステップ1] 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。

[ステップ2] [ステップ1] の  $K_1$  を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$  のボード線図を描き、その位相余裕  $\overset{\sim}{P}M$  を評価する。

与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $\overset{\sim}{P}M$  との差  $\phi = PM - \overset{\sim}{P}M$  が、必要な位相進み量となる。

これに適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し、 $\phi_{max} = \phi + (5^\circ \text{以上})$  と定める。

[ステップ3]  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$  から、パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

5

[ステップ4] 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、ゲインが  $\frac{1}{\alpha_1}$  倍に上がる。

そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1}$  ( $= 20 \log \sqrt{\alpha_1}$  [dB]) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{max}$  とおく。

[ステップ5]  $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 T_1}}$  から、パラメータ  $T_1$  の値を決める。

このとき位相進み補償の折点角周波数は、 $\frac{1}{T_1} = \omega_{max} \sqrt{\alpha_1}$ ,  $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  となる。

[ステップ6] 以上で設計パラメータ  $K_1, \alpha_1, T_1$  が定められたので、

$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$  から、位相進み補償を構成する。

6

**[例 8.4]**  
 制御対象  $P(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+10)}$       性能仕様  
 ゲイン交差周波数(速応性)  $\omega_{gc} \geq 2$   
 位相余裕(減衰特性)  $PM \approx 40^\circ$

**[ステップ1]** 速応性や定常特性に対する仕様が満たされるように、  
**ゲイン補償  $K_1$  の値を決める。**

ゲイン補償  $K_1 = 5$   
 開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = \frac{50}{s(s+1)(s+10)}$   
 ゲイン交差周波数  $\omega_{gc} = 2.1 > 2$   
 $\omega_{gc} \geq 2$  を満たす OK

図8.14 開ループ特性 7

**[ステップ2]** [ステップ1]の  $K_1$  を用いて開ループ伝達関数  $\hat{L}(s) = K_1 P(s)$  のボード線図を描き、その位相余裕  $P\hat{M}$  を評価する。  
 与えられた位相余裕  $PM$  とこの  $P\hat{M}$  との差  $\hat{\phi} = PM - P\hat{M}$  が、必要な位相進み量となる。  
 これに適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し、  
 $\phi_{max} = \hat{\phi} + (5^\circ \text{以上})$  と定める。

位相余裕  $P\hat{M} = 13.6^\circ$   
 性能仕様は  $PM \approx 40^\circ$   
 $\hat{\phi} = PM - P\hat{M} = 40 - 13.6 = 26.4^\circ$  (必要な位相進み量)  
 $\phi_{max} = \hat{\phi} + 10^\circ = 36.4^\circ$  (マージン)

図8.14 開ループ特性 8

**[ステップ3]**  $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$  から、パラメータ  $\alpha_1$  の値を決める。

$K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$

$\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$   
 $\phi_{max} = 36.4^\circ$   
 $\alpha_1 = 0.255$

図8.14 開ループ特性 9

**[ステップ4]** 位相進み補償では最も位相が進む角周波数で、ゲインが  $\frac{1}{\sqrt{\alpha_1}}$  倍に上がる。  
 そこで  $|\hat{L}(j\omega)|$  が  $20 \log \sqrt{\alpha_1}$  (dB) である角周波数を、補償後の新しいゲイン交差周波数  $\omega_{max}$  とおく。

$|\hat{L}(j\omega_{max})| = \sqrt{\alpha_1} = 0.505$   
 下がっている。(後で 0 dB に上がる。)

$\omega_{max} = 3.0$

図8.14 開ループ特性 10

**[ステップ5]**  $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1}$  から、パラメータ  $T_1$  の値を決める。  
 このとき位相進み補償の折点角周波数は、  
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{max} \sqrt{\alpha_1}$ ,  $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  となる。

$\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{max}}$   
 $\omega_{max} = 3.0, \alpha_1 = 0.255$   
 $T_1 = 0.660$

折点角周波数  
 $\frac{1}{T_1} = 1.52, \frac{1}{\alpha_1 T_1} = 5.94$

図8.14 開ループ特性 11

**[ステップ6]** 以上で設計パラメータ  $K_1, \alpha_1, T_1$  が定められたので、  
 $K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$  から、位相進み補償を構成する。

位相進み補償  
 $K(s) = K_1 \frac{T_1 s + 1}{\alpha_1 T_1 s + 1}$   
 $K_1 = 5, \alpha_1 = 0.255, T_1 = 0.660$   
 $K(s) = 5 \cdot \frac{0.66s + 1}{0.255 \cdot 0.66s + 1} = \frac{19.6(s + 1.52)}{s + 5.94}$

ゲイン交差周波数  $\omega_{gc} = 3.0$   
 位相余裕  $PM = 38^\circ$

図8.14 開ループ特性 12

**[CHECK]**

**性能仕様**

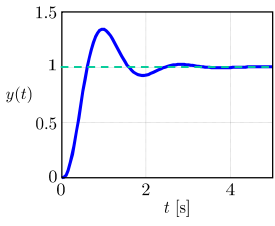
ゲイン交差周波数(速応性)  
 $\omega_{gc} \geq 2$

位相余裕(減衰特性)  
 $PM \approx 40^\circ$

$\omega_{gc} = 3.0 (= \omega_{max})$  OK

$PM \approx 38^\circ$  OK

ステップ応答 OK



13

**MATLAB演習**

制御対象(モータ)      性能仕様

$P(s) = \frac{10}{s(0.0933s + 1)}$       ゲイン交差周波数(速応性)  $\omega_{gc} \geq 20$   
 位相余裕(減衰特性)  $PM \geq 40^\circ$

**[ステップ1][ステップ2]** file9\_1.m を実行

- 速応性が性能仕様  $\omega_{gc} \geq 20$  を満たすように  $K_1$  を設計せよ。
- 設計した  $K_1$  のときのゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕  $PM$  を求めよ。

```
file9_1.m
% ----- %
% 入力                                     %
% ----- %
K1 = 1; % 性能を満たす K1 をここに         %
% ----- %
```

14

**[ステップ2]**

- 性能仕様の位相余裕  $PM = 40^\circ$  と[ステップ1]で求めた  $PM$  との差  $\hat{\phi} = PM - PM$  を答えよ。
- $\hat{\phi}$  に適当な(例えば  $5^\circ$  以上の)余裕を考慮し,  $\phi_{max}$  を答えよ。

**[ステップ3]** file9\_2.m を実行

- $\alpha_1 = \frac{1 - \sin \phi_{max}}{1 + \sin \phi_{max}}$  から, パラメータ  $\alpha_1$  の値を答えよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% alpha_max = 1; % phi_max の値をここに     %
% ----- %
```

**MATLABの画面で確認**

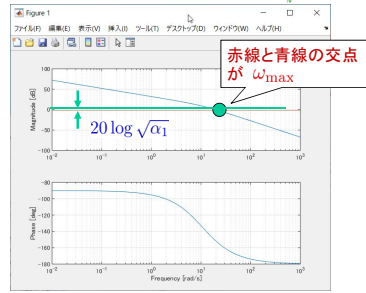
```
alpha1 = xxxxxxx % Xxxx に値が出る
```

15

**[ステップ4]** file9\_3.m を実行

$|\hat{L}(j\omega)|$  が  $\sqrt{\alpha_1} (= 20 \log \sqrt{\alpha_1} \text{ [dB]})$  である角周波数  $\omega_{max}$  を答えよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% K1 = 1; % K1, alpha1 の値をここに         %
% alpha1 = 1; % ----- %
```



16

**[ステップ5]** file9\_4.m を実行

- $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1} \omega_{max}}$   
 から, パラメータ  $T_1$  の値を求めよ。
- 折点角周波数  
 $\frac{1}{T_1} = \omega_{max} \sqrt{\alpha_1}$ ,  $\frac{1}{\alpha_1 T_1} = \frac{\omega_{max}}{\sqrt{\alpha_1}}$  を求めよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% omega_max = 1; % omega_max, alpha1 の値をここに %
% alpha1 = 1; % ----- %
```

**MATLABの画面で確認**

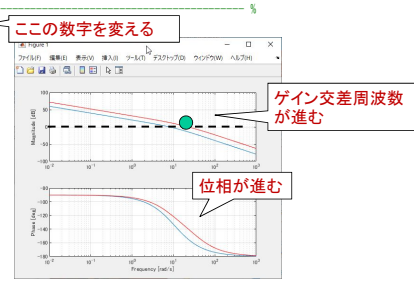
```
T1 = xxxxxxx % Xxxx に値が出る
1/T1 = xxxxxxx
1/alpha1*T1 = xxxxx
```

17

**[ステップ6]** file9\_5.m を実行

- 設計パラメータ  $K_1, \alpha_1, T_1$  を入れて, ゲイン交差周波数  $\omega_{gc}$ , 位相余裕  $PM$  を求めよ。

```
% ----- %
% 入力                                     %
% K1 = 1; % この数字を変える             %
% alpha1 = 1; % ----- %
% T1 = 1; % ----- %
```



18

[CHECK] susumi.mdl を開く

クリック

19

[CHECK] dataplot.m を実行

「No Controller」はコントローラなし

「Phase-Lead Controller」は位相進み補償

20

目標角度

モータの角度

(目標角度) - (モータの角度)

21

立ち上がり時間(10%~90%の時間)を求める

立ち上がり時間(10%~90%の時間)を求める

22

**第 8 章 : フィードバック制御系の設計法**

8.3 位相進み-遅れ補償による制御系設計

キーワード : ループ整形, 位相進み補償

学習目標 : 位相進み補償による制御系設計を習得する。

23