第 5 章 : 周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

1

高次系 $G(s) = \dfrac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$ $(n \geq m)$

出発点

ゲイン

原点$(s=0)$に極をもたないとき

$|G(0)| = \dfrac{b_0}{a_0}$ $(a \neq 0)$

原点に l 位の極をもつとき

$|G(0)| = \infty$

位相

$\angle G(j\omega) \to \angle \dfrac{b_0}{(j\omega)^l} = \angle \dfrac{1}{j^l} \cdot \dfrac{b_0}{\omega^l}$

$=$ (b_0 の符号)$\times l \times (-90^\circ)$

この方向の無限遠方から出発する

終点

ゲイン

終点 $\omega \to \infty$ のとき

$|G(j\omega)| = 0$ $(n > m)$

$|G(j\omega)| = b_m$ $(n = m)$

位相

$\angle G(j\omega) \approx \angle \dfrac{b_m}{(j\omega)^{n-m}}$

$=$ (b_m の符号)

$\times (n-m) \times (-90^\circ)$

この方向から原点に向う

2

(例) 原点$(s=0)$に極をもたないとき

$G(s) = \dfrac{1}{s+1}$

$G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$

$\dfrac{1}{s}$ が存在しない

(例) 原点に 1 位の極をもつとき $(l=1)$

$G(s) = \dfrac{1}{s}$

$G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$

$\dfrac{1}{s}$ が1つ存在する

(例) 原点に 2 位の極をもつとき $(l=2)$

$G(s) = \dfrac{1}{s^2}$

$G(s) = \dfrac{1}{s^2(s+1)}$

$\dfrac{1}{s}$ が2つ存在する

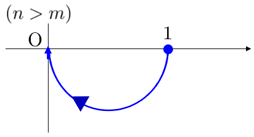
3

(例)原点$(s=0)$に極をもたないとき $(n>m)$

$G(s) = \dfrac{1}{s+1} = \dfrac{\boxed{1} \times s^{\boxed{0}}}{s^{\boxed{1}}+1}$

$\boxed{m=0}$ $\boxed{b_m = b_0 = 1}$ $\boxed{n=1}$

$n=1,\ m=0,\ n-m=1,\ l=0$



出発点

ゲイン

$\dfrac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$を計算

$|G(0)| = \dfrac{1}{0+1} = 1$

位相

$\dfrac{1}{s}$ がないので $l=0$

$\angle G(0)$ $=$ (b_0 の符号)$\times l \times (-90^\circ)$

$=0^\circ$

終点

ゲイン

$n>m$ より

$|G(\infty)| = 0$

位相

$\angle G(j\omega)$ $=$ (b_m の符号)

$\times (n-m) \times (-90^\circ)$

$= -90^\circ$

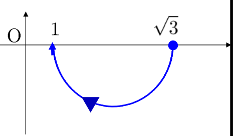
4

(例)原点$(s=0)$に極をもたないとき $(n=m)$

$G(s) = \dfrac{s+\sqrt{3}}{s+1} = \dfrac{\boxed{1} \times s^{\boxed{1}} + \boxed{\sqrt{3}} \times s^0}{s^{\boxed{1}}+1}$

$\boxed{b_1}$ $\boxed{m=1}$ $\boxed{b_0}$ $\boxed{n=1}$

$n=1,\ m=1,\ n-m=0,\ l=0$



出発点

ゲイン

$\dfrac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$を計算

$|G(0)| = \dfrac{0+\sqrt{3}}{0+1} = \sqrt{3}$

位相

$\dfrac{1}{s}$ がないので $l=0$

$\angle G(0)$ $=$ (b_0 の符号)$\times l \times (-90^\circ)$

$=0^\circ$

終点

ゲイン

$|G(\infty)| = b_1 = 1$

位相

$\angle G(j\omega)$ $=$ (b_m の符号)

$\times (n-m) \times (-90^\circ)$

$=0^\circ$

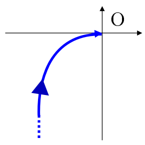
5

(例)原点に1位の極をもつとき

$G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)} = \dfrac{\boxed{1}}{s^{\boxed{2}}+s}$

$\boxed{b_m = b_0 = 1}$ $\boxed{l=1}$ $\boxed{n=2}$

$n=2,\ m=0,\ n-m=2,\ l=1$



出発点

ゲイン

$\dfrac{1}{s}$ がある $|G(0)| = \infty$

位相

$\dfrac{1}{s}$ が1つある $(l=1)$

$\angle G(j\omega)$ $=$ (b_0 の符号)$\times l \times (-90^\circ)$

$=-90^\circ$

終点

ゲイン

$n>m$ より

$|G(\infty)| = 0$

位相

$\angle G(j\omega)$ $=$ (b_m の符号)

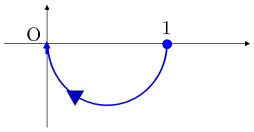
$\times (n-m) \times (-90^\circ)$

$=-180^\circ$

6

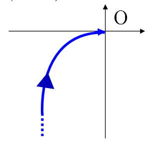
原点 ($s=0$) に極をもたないとき

$$G(s)=\frac{1}{s+1}\quad (n-m=1,\ l=0)$$



原点に1位の極をもつとき

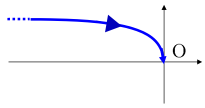
$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)}\quad (n-m=2,\ l=1)$$



原点に2位の極をもつとき

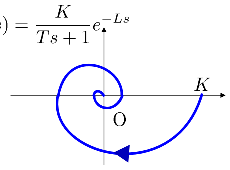
$$G(s)=\frac{1}{s^2(s+1)}$$

$$(n-m=3,\ l=2)$$



むだ時間を含む系

$$G(s)=\frac{K}{Ts+1}e^{-Ls}$$



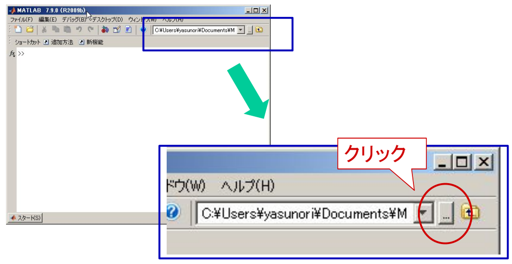
7

MATLABの準備

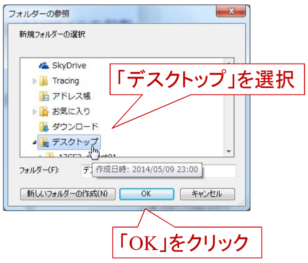
(a) MATLABの起動

をクリック

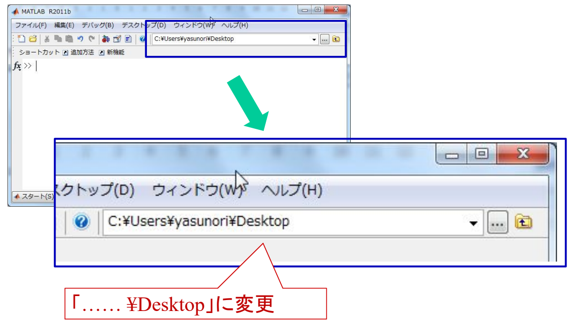
(b) カレントフォルダの設定



8



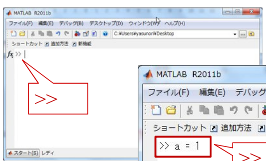
9

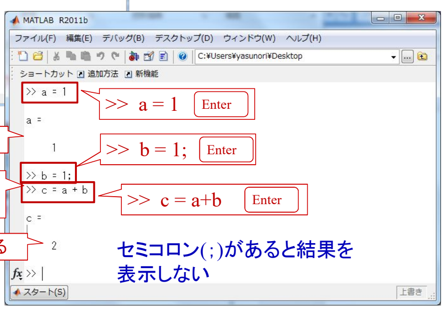


10

エディタとコマンドウィンドウ

コマンドウィンドウ





結果が表示される

結果が表示されない

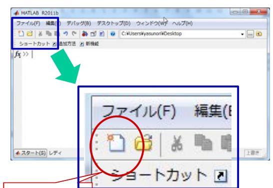
結果が表示される

セミコロン(;)があると結果を表示しない

11

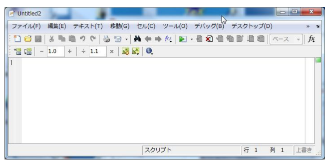
エディタとコマンドウィンドウ

エディタの起動

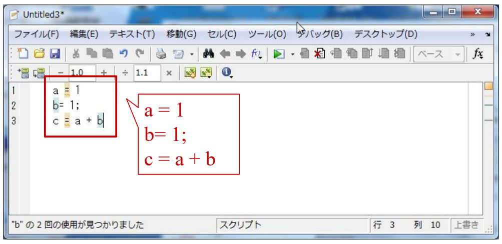


クリック

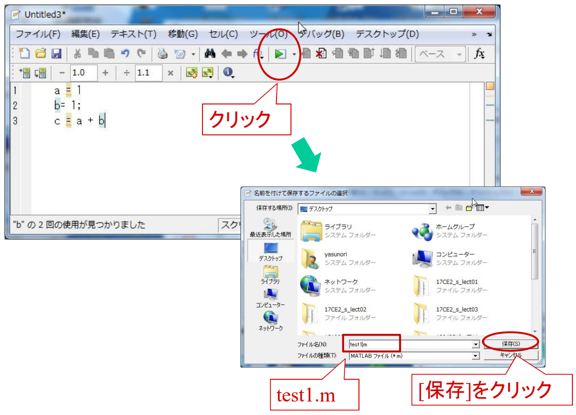
エディタ



12

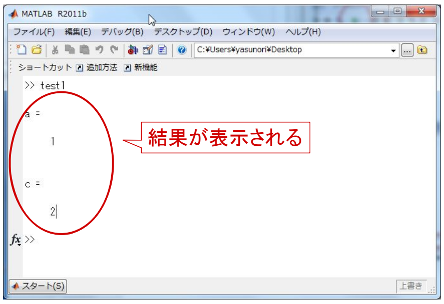


13

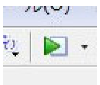


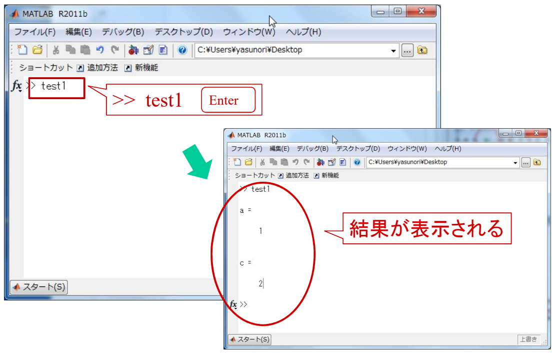
14

コマンドウィンドウ



15

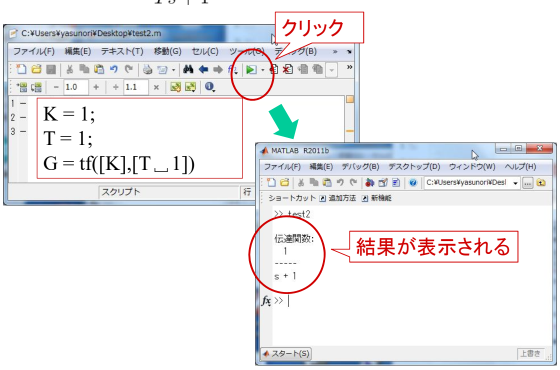

をクリックする代わりにコマンドウィンドウで実行



16

伝達関数の使い方

1 次系 $G(s) = \dfrac{K}{Ts+1}$



17

伝達関数

Tf ([分子の係数], [分母の係数])

【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

(1) $G(s) = \dfrac{1}{s^2+s+1}$

(2) $G(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$

18

伝達関数の演算

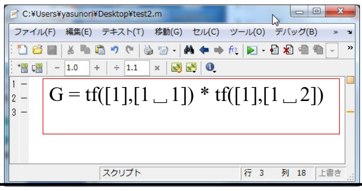
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

式展開しても可能だが

$$G(s) = \frac{1}{s^2+3s+2}$$

乗算可能

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2}$$



19

【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

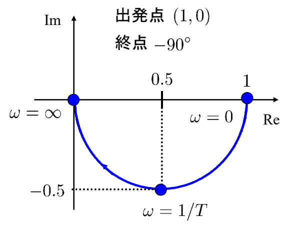
(1) $G(s) = \dfrac{1}{s(1+2s)(1+3s)}$

(2) $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2(s+10)}$

20

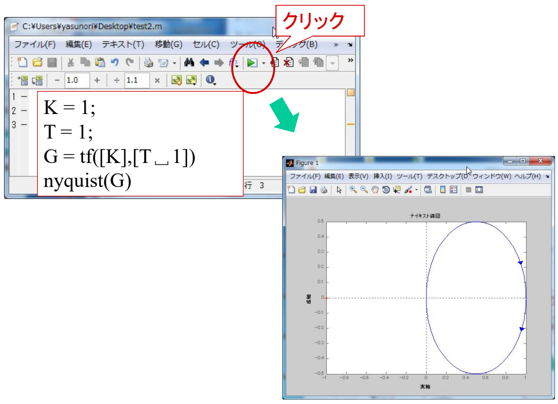
【復習】

1 次系 $G(s) = \dfrac{1}{Ts+1}$ $(K=1)$



21

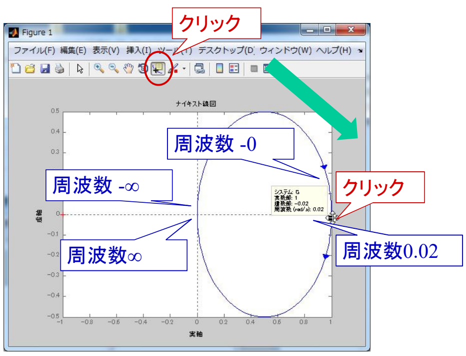
ベクトル軌跡の使い方



22

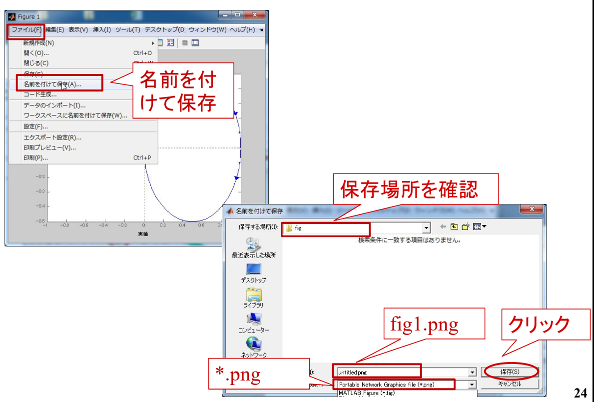
$\omega = -\infty \sim \infty$ のベクトル軌跡 ➡ ナイキスト軌跡

$\omega = 0 \sim \infty$ ➡ ベクトル軌跡



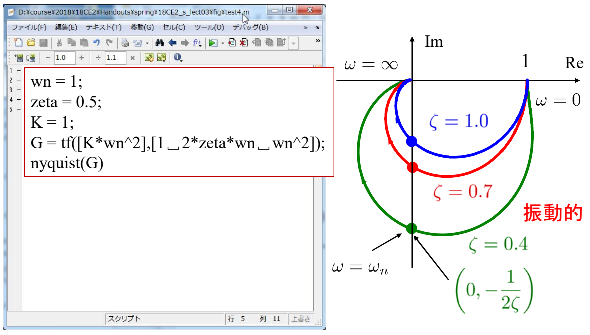
23

図の保存

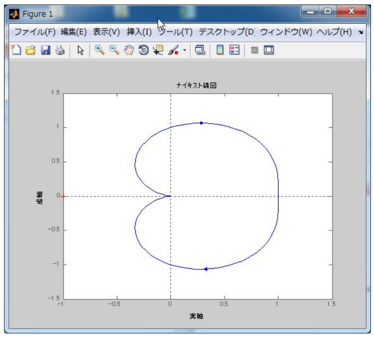


24

2次系 $G(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$, $(K = 1)$

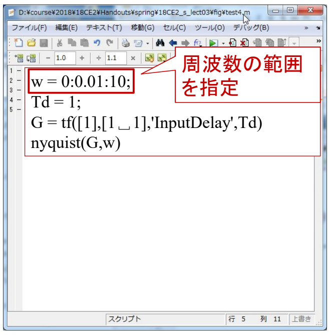


25

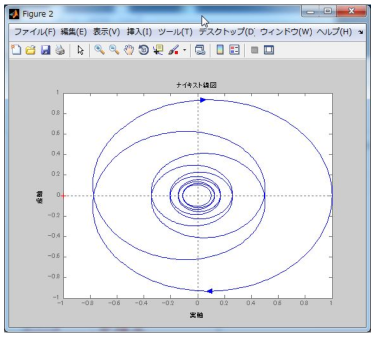


26

むだ時間系 $G(s) = \dfrac{1}{s+1} e^{-T_d s}$



27



28

第 5 章 :周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

29