

第 5 章 : 周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

高次系 $G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m)$

出発点

ゲイン

原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$|G(0)| = \frac{b_0}{a_0} \quad (a \neq 0)$$

原点に l 位の極をもつとき

$$|G(0)| = \infty$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &\rightarrow \angle \frac{b_0}{(j\omega)^l} = \angle \frac{1}{j^l} \cdot \frac{b_0}{\omega^l} \\ &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \end{aligned}$$

この方向の無限遠方から出発する

終点

ゲイン

終点 $\omega \rightarrow \infty$ のとき

$$|G(j\omega)| = 0 \quad (n > m)$$

$$|G(j\omega)| = b_m \quad (n = m)$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &\approx \angle \frac{b_m}{(j\omega)^{n-m}} \\ &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \end{aligned}$$

この方向から原点に向う

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

$\frac{1}{s}$ が存在しない

(例) 原点に 1 位の極をもつとき ($l = 1$)

$$G(s) = \frac{1}{s}$$
$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$\frac{1}{s}$ が1つ存在する

(例) 原点に 2 位の極をもつとき ($l = 2$)

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$
$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

$\frac{1}{s}$ が2つ存在する

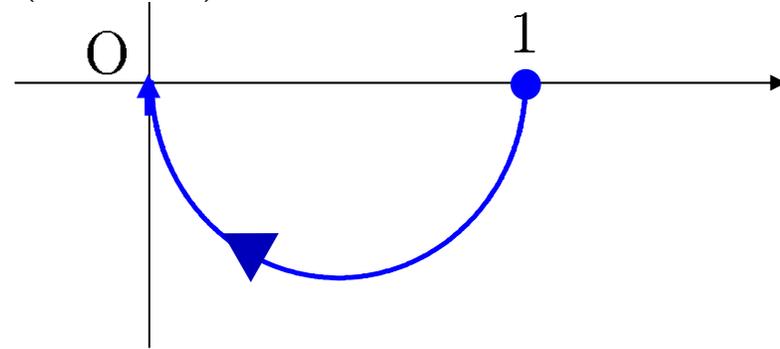
(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n > m$)

$$G(s) = \frac{1}{s+1} = \frac{1 \times s^0}{s^1 + 1}$$

$m = 0$

$b_m = b_0 = 1$ $n = 1$

$n = 1, m = 0, n - m = 1, l = 0$



出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算

$$|G(0)| = \frac{1}{0+1} = 1$$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$

$$\begin{aligned} \angle G(0) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$n > m$ より

$$|G(\infty)| = 0$$

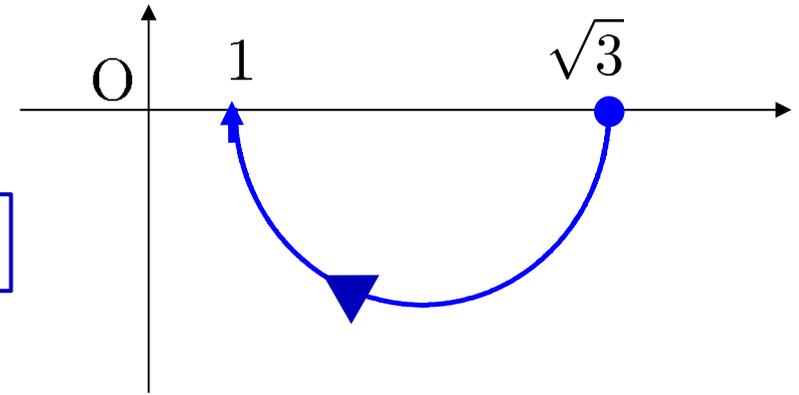
位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= -90^\circ \end{aligned}$$

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n = m$)

$$G(s) = \frac{s + \sqrt{3}}{s + 1} = \frac{1 \times s^1 + \sqrt{3} \times s^0}{s^1 + 1}$$

b_1 (coefficient of s^1 in numerator)
 $m = 1$ (order of numerator)
 b_0 (constant term in denominator)
 $n = 1$ (order of denominator)



$$n = 1, m = 1, n - m = 0, l = 0$$

出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算

$$|G(0)| = \frac{0 + \sqrt{3}}{0 + 1} = \sqrt{3}$$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$

$$\begin{aligned} \angle G(0) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$$|G(\infty)| = b_1 = 1$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= 0^\circ \end{aligned}$$

(例) 原点に1位の極をもつとき

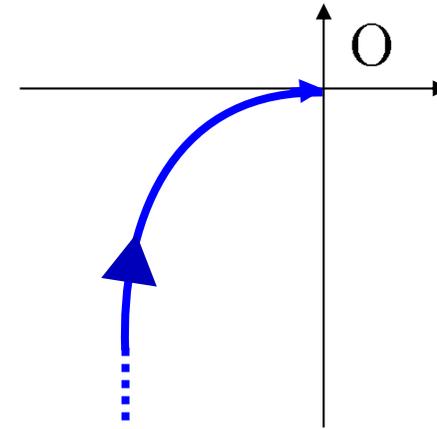
$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{\boxed{1}}{\boxed{s^2+s}}$$

$$b_m = b_0 = 1$$

$$l = 1$$

$$n = 2$$

$$n = 2, m = 0, n - m = 2, l = 1$$



出発点

ゲイン

$$\frac{1}{s} \text{ がある } |G(0)| = \infty$$

位相

$$\frac{1}{s} \text{ が1つある } (l = 1)$$

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ) \\ &= -90^\circ \end{aligned}$$

終点

ゲイン

$$n > m \text{ より}$$

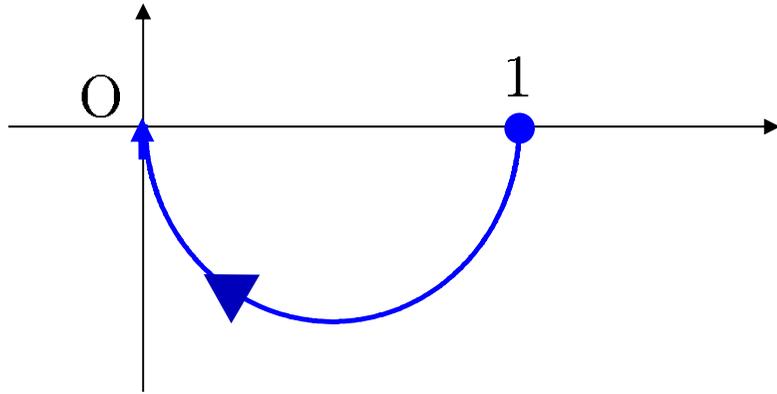
$$|G(\infty)| = 0$$

位相

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= (b_m \text{ の符号}) \\ &\quad \times (n - m) \times (-90^\circ) \\ &= -180^\circ \end{aligned}$$

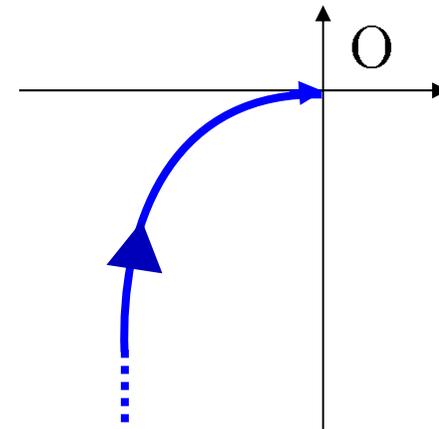
原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \quad (n - m = 1, l = 0)$$



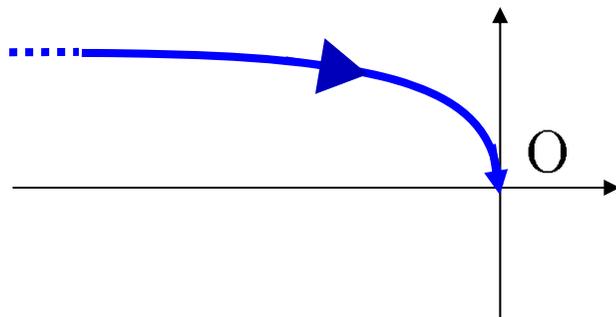
原点に1位の極をもつとき

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad (n - m = 2, l = 1)$$



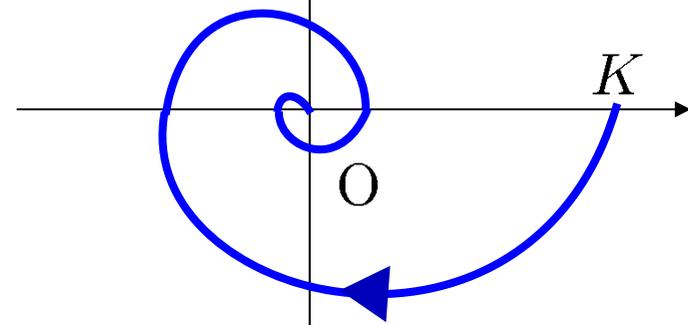
原点に2位の極をもつとき

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)} \quad (n - m = 3, l = 2)$$



むだ時間を含む系

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls}$$

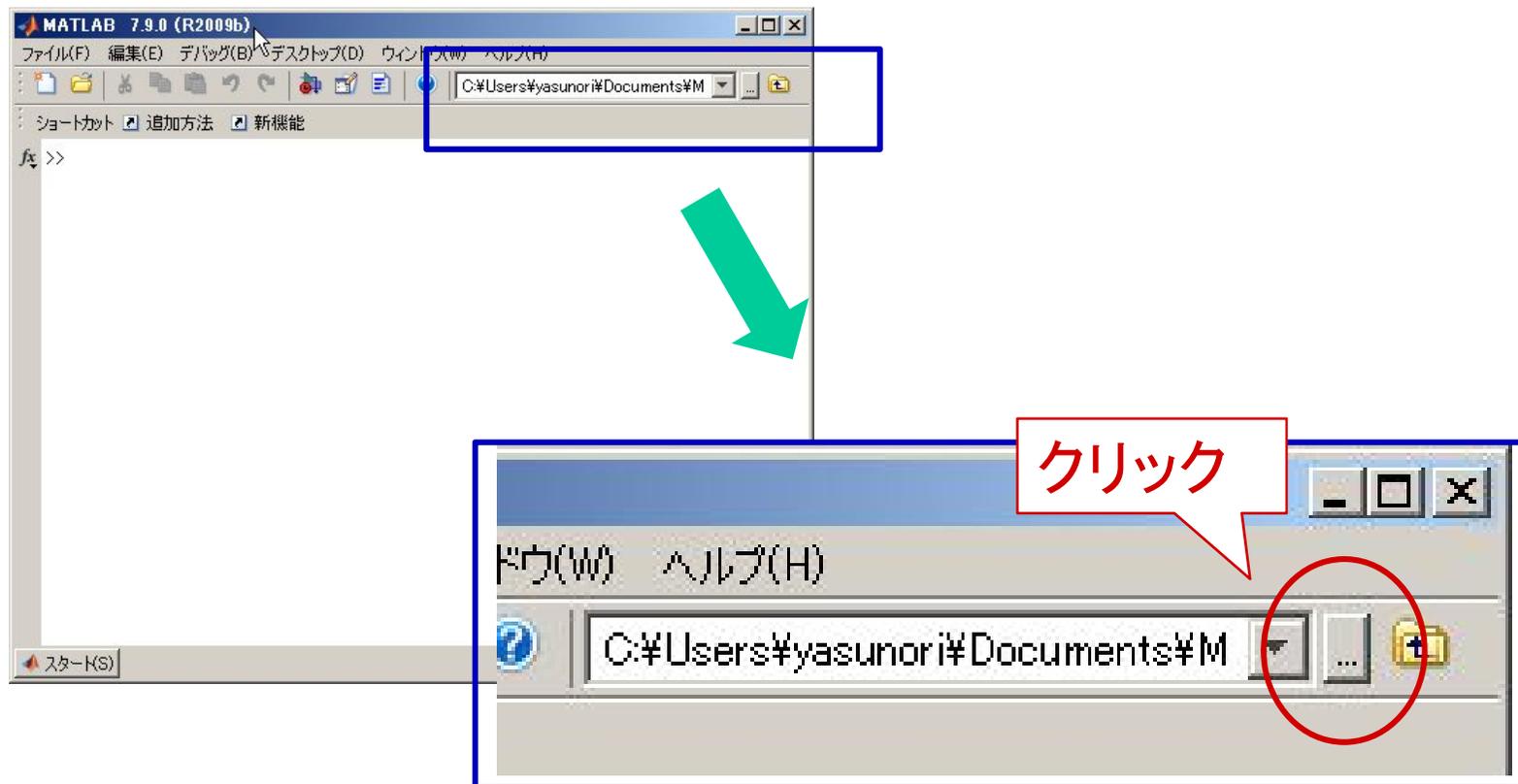


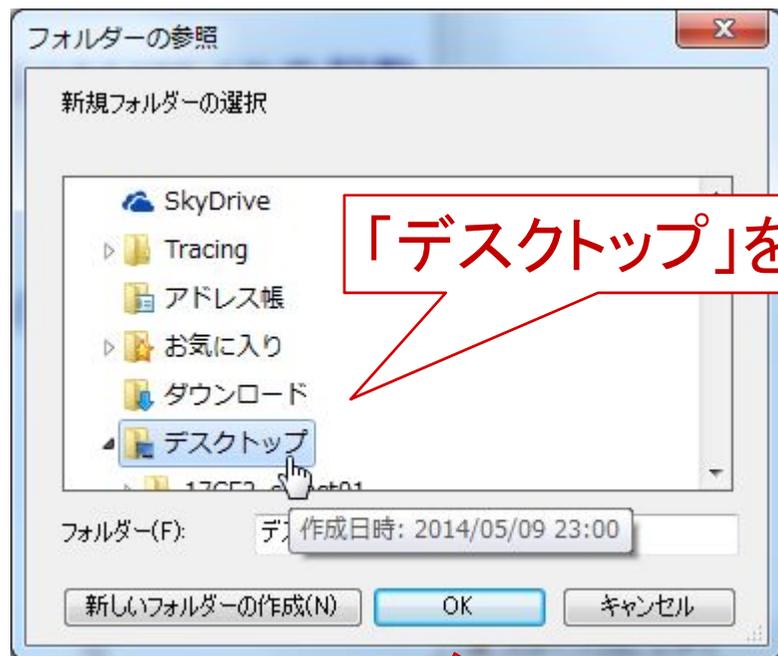
MATLABの準備

(a) MATLABの起動



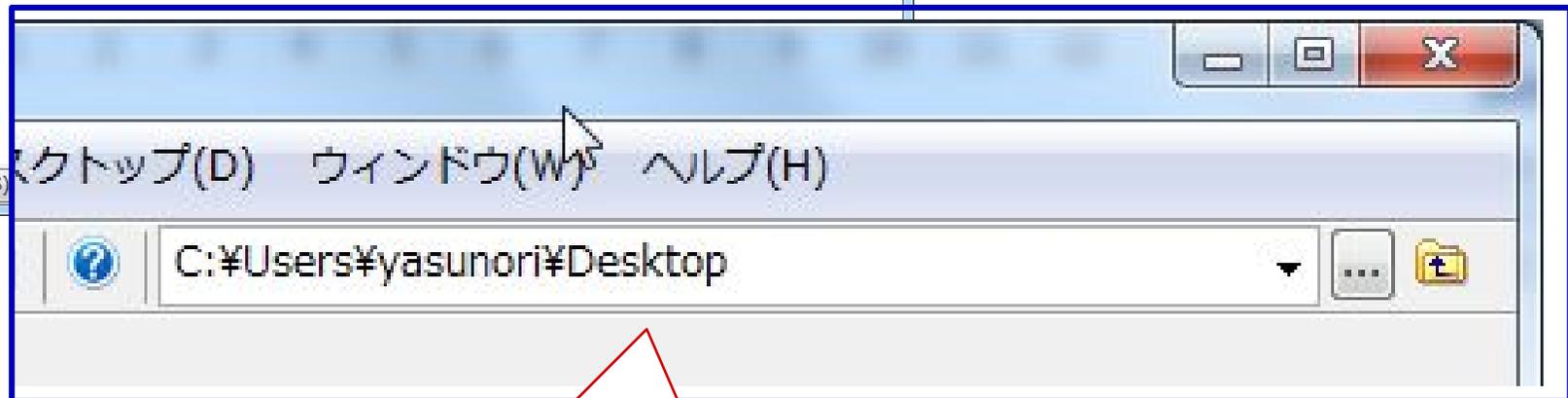
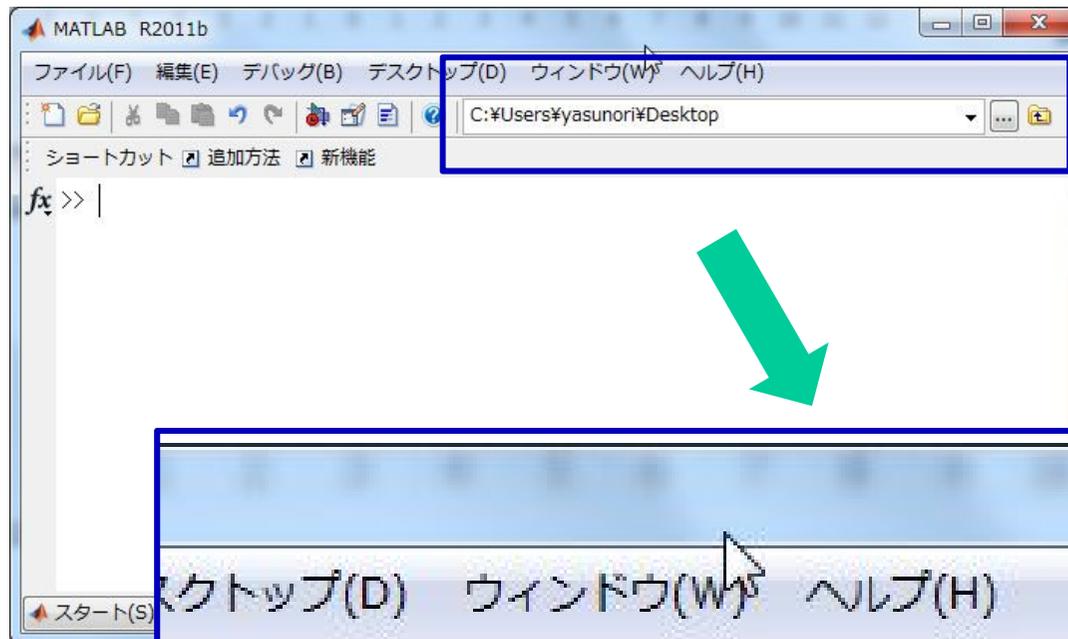
(b) カレントフォルダの設定





「デスクトップ」を選択

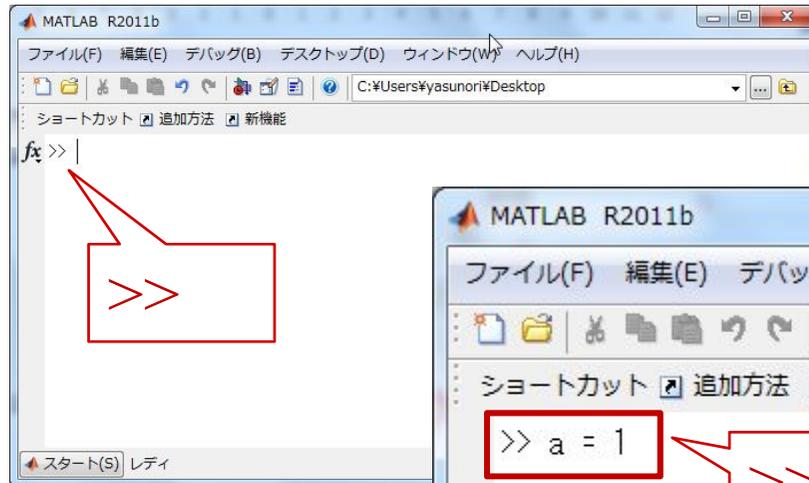
「OK」をクリック



「..... ¥Desktop」に変更

エディタとコマンドウィンドウ

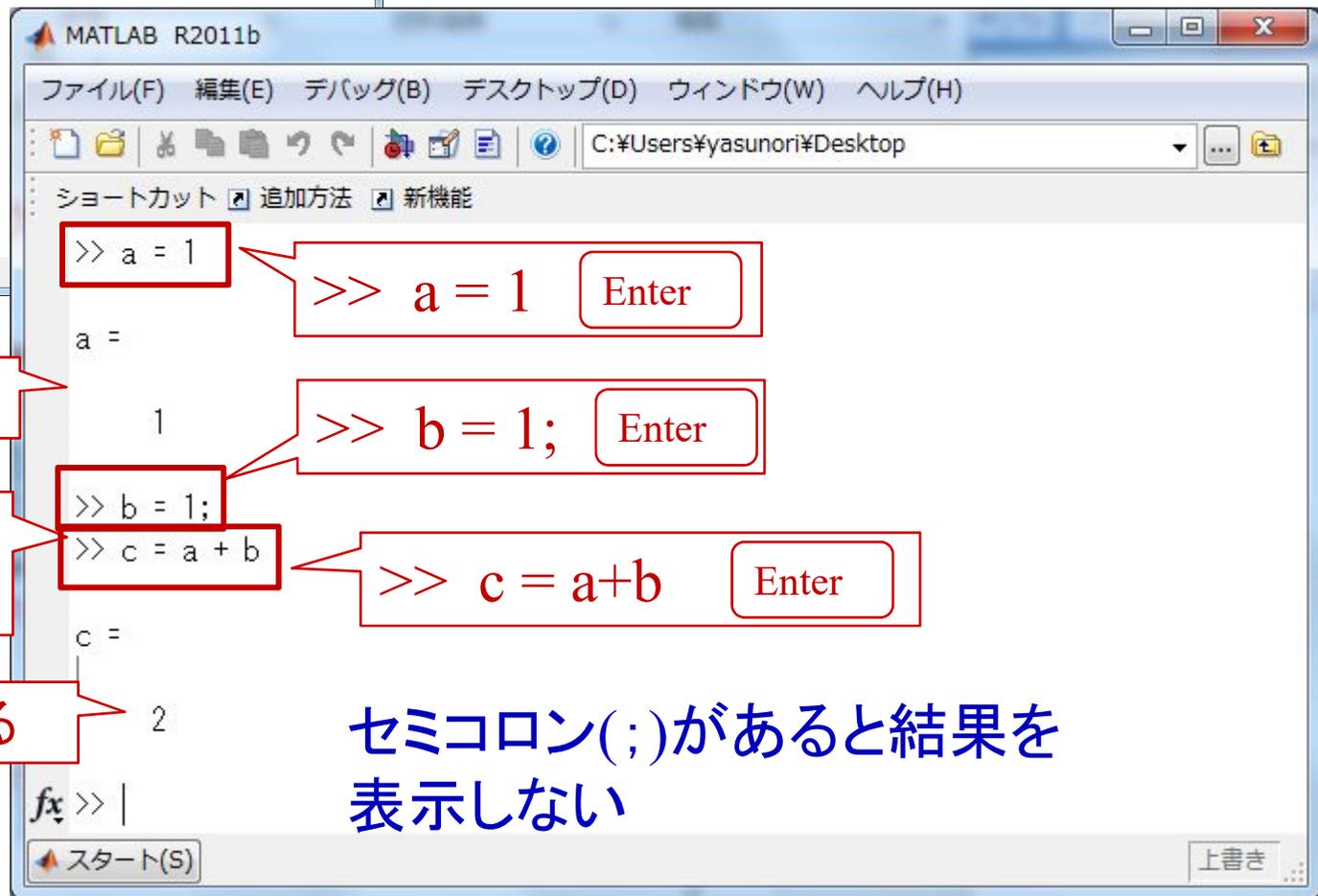
コマンドウィンドウ



結果が表示される

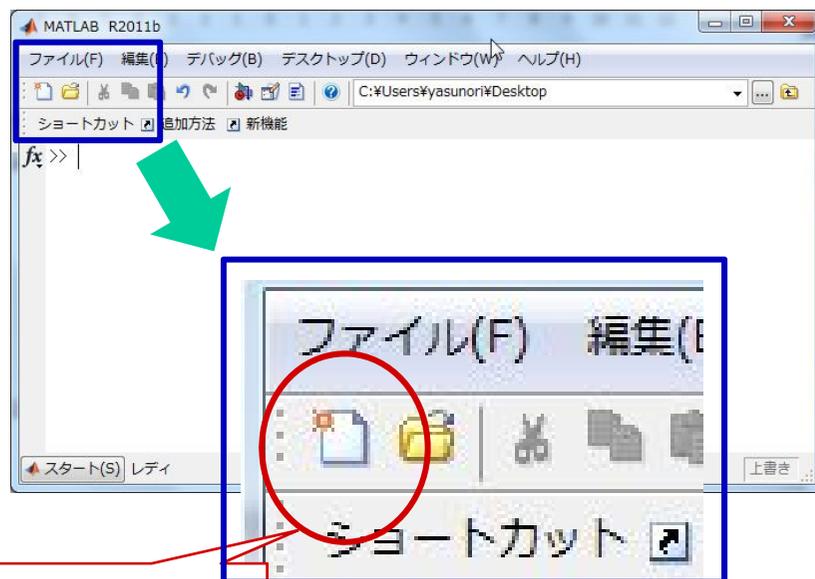
結果が表示されない

結果が表示される



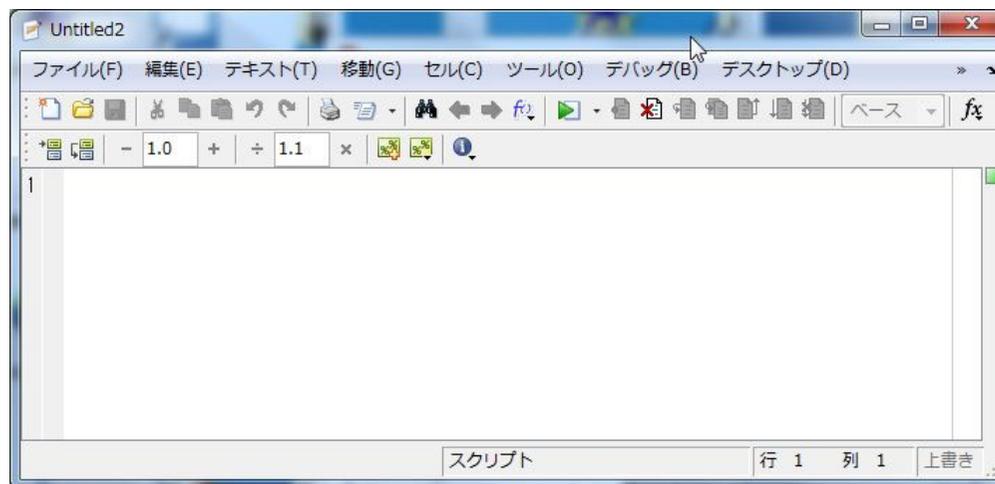
エディタとコマンドウィンドウ

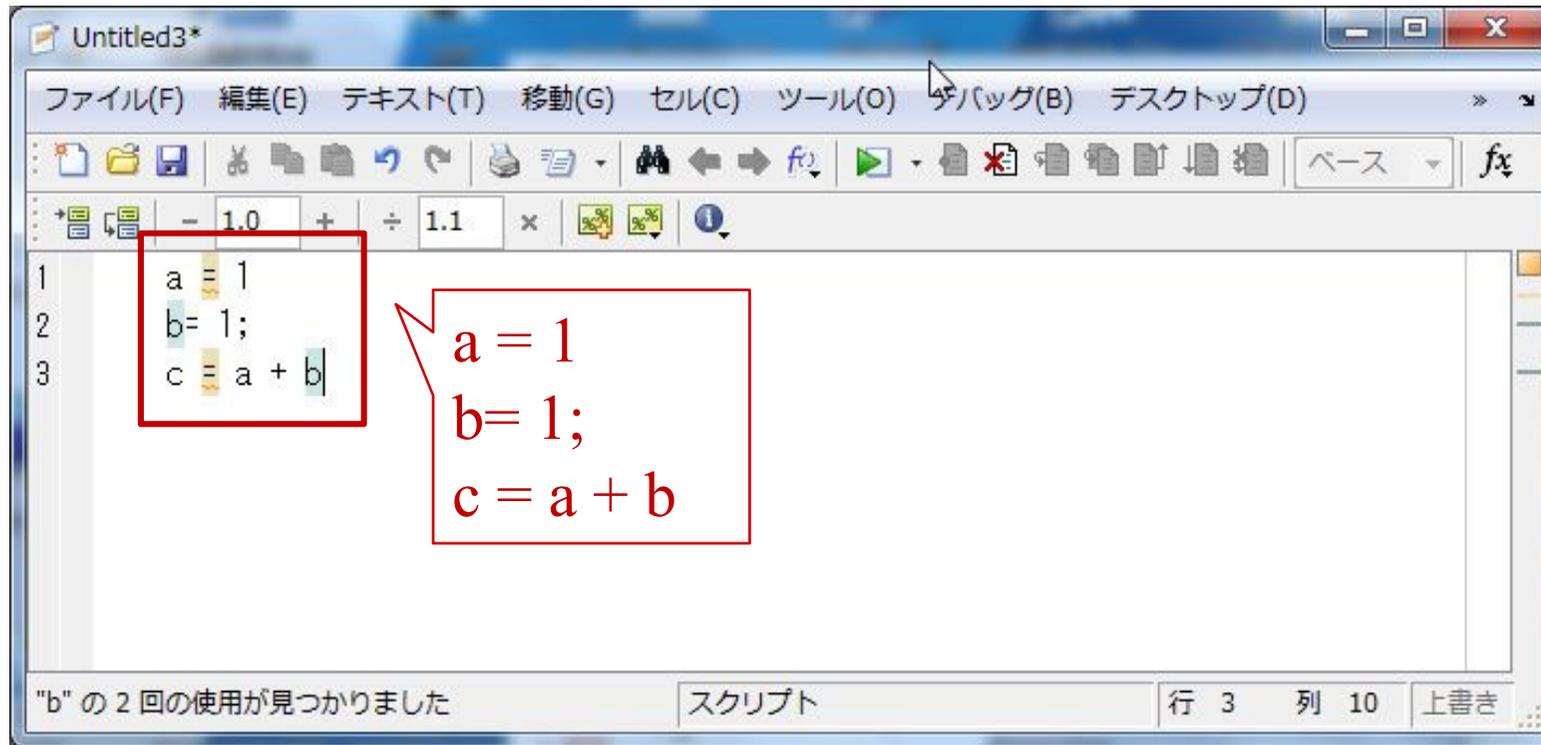
エディタの起動

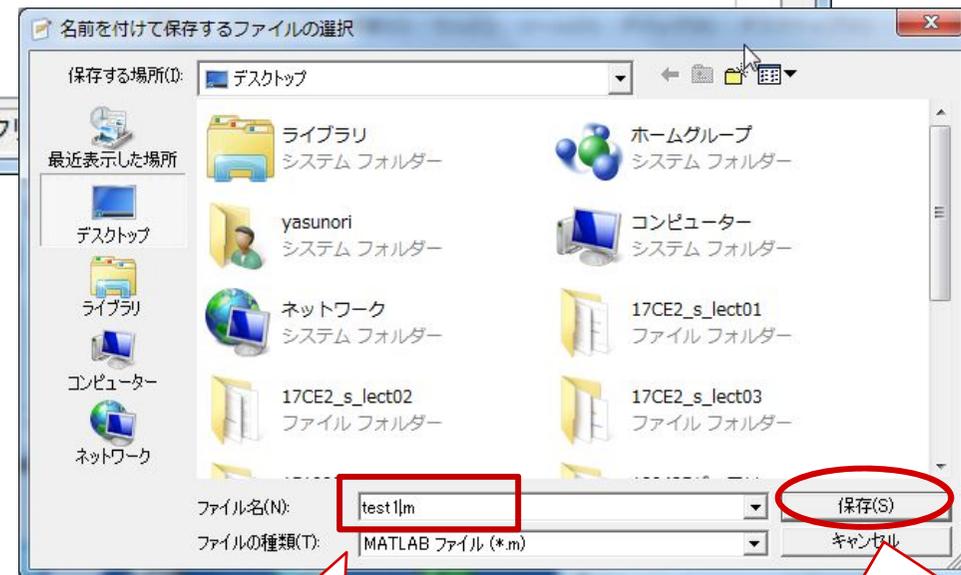
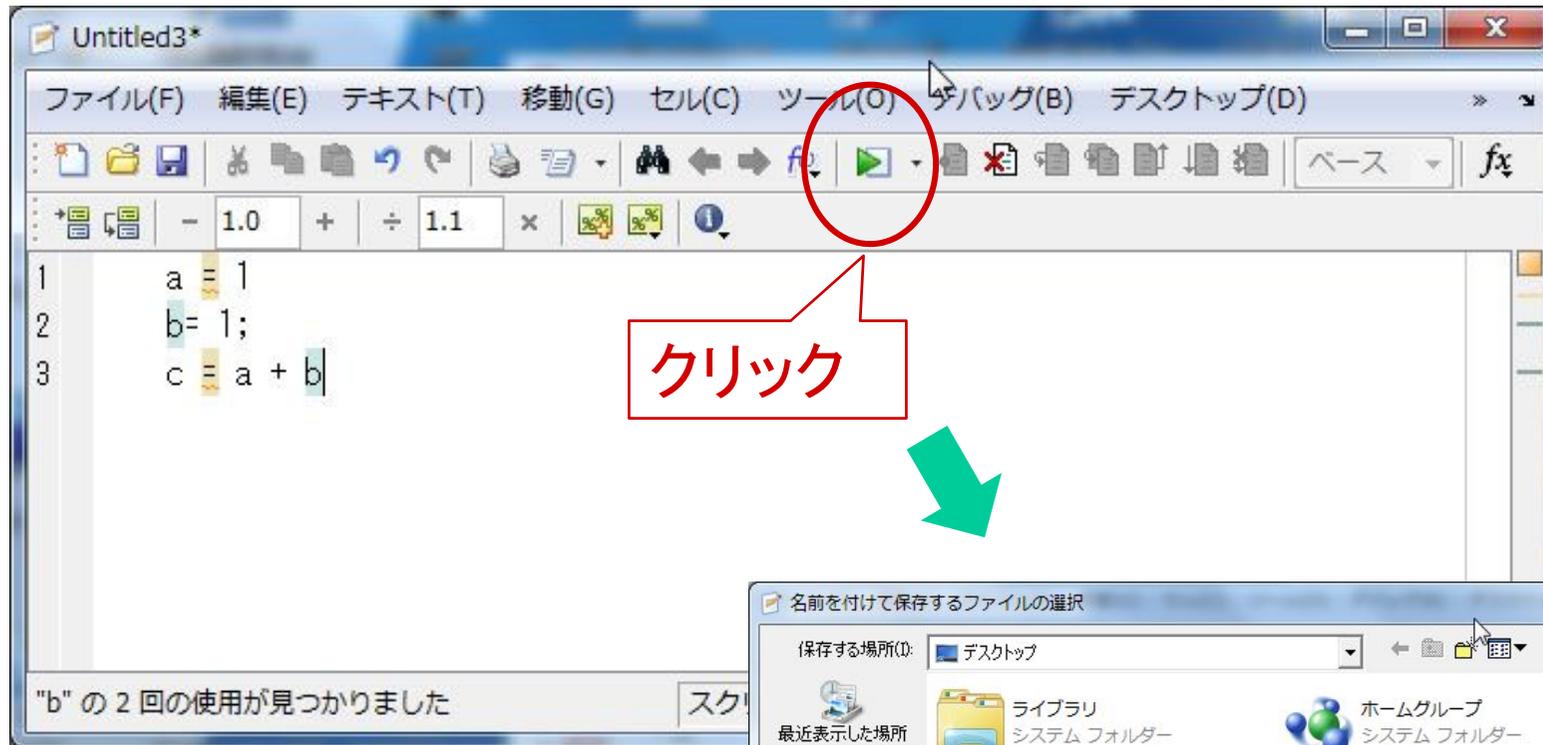


クリック

エディタ



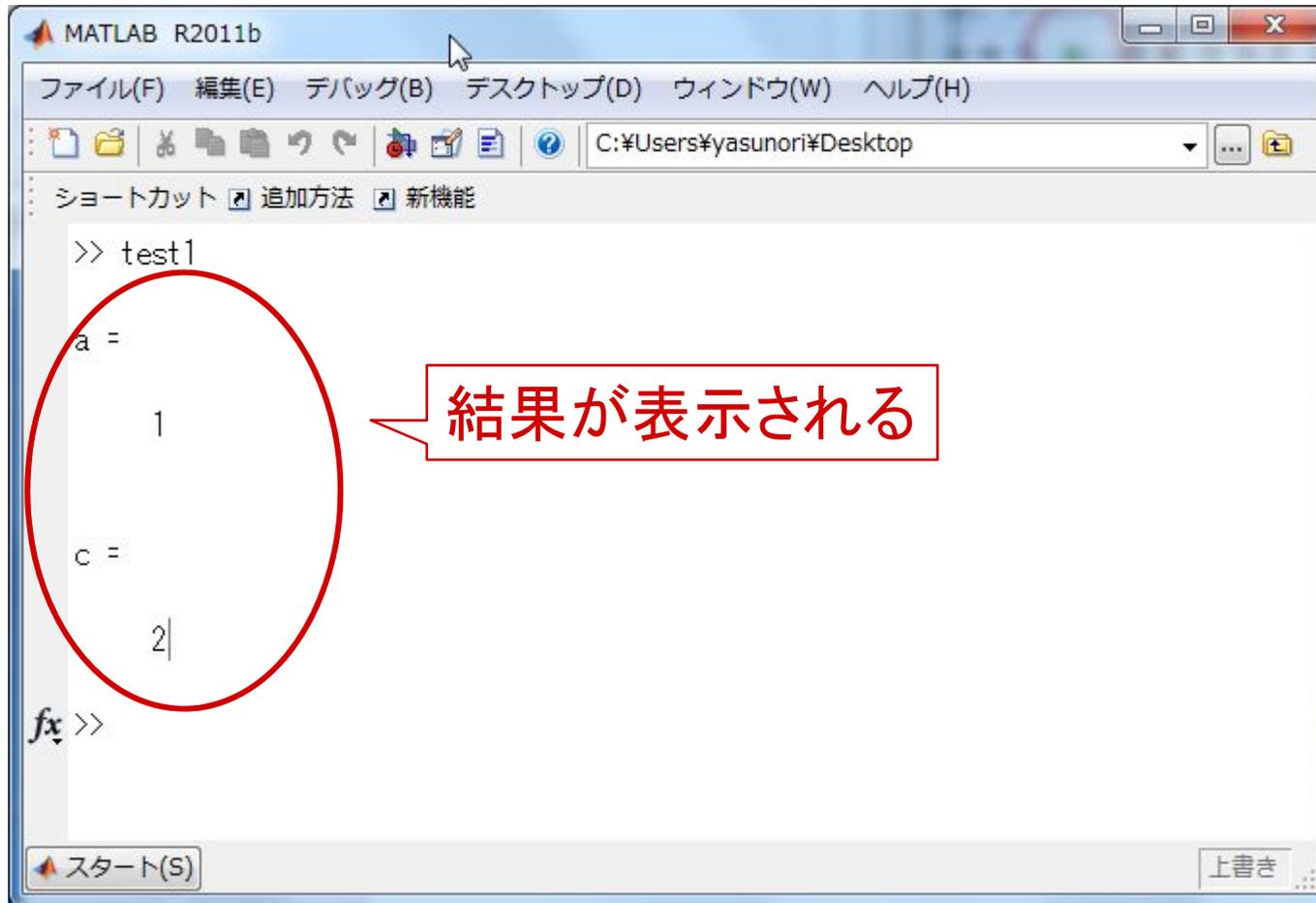




test1.m

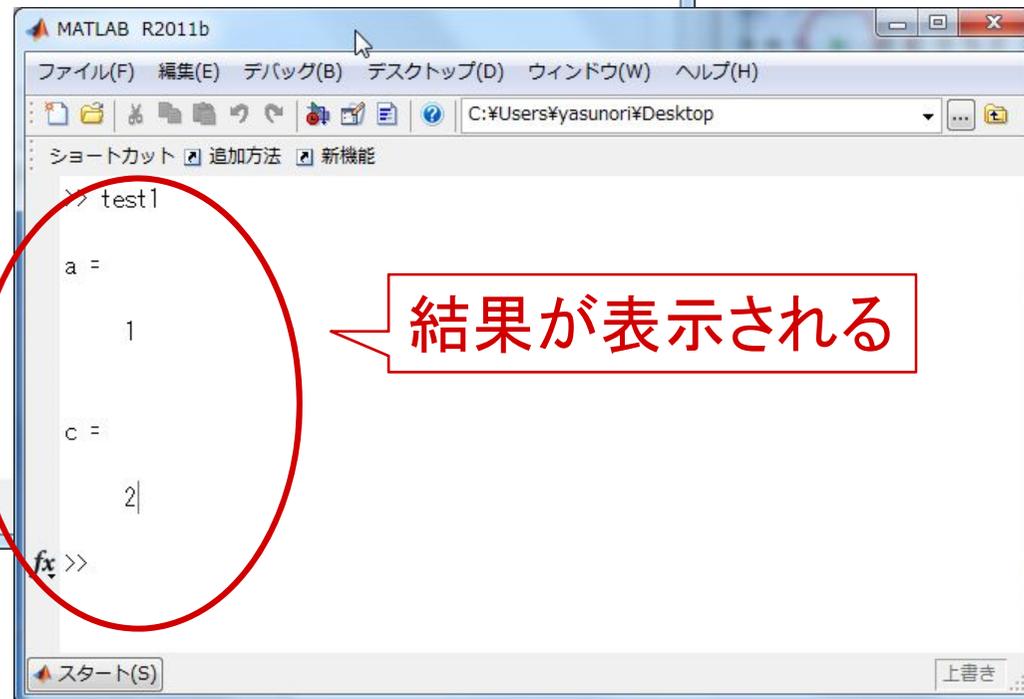
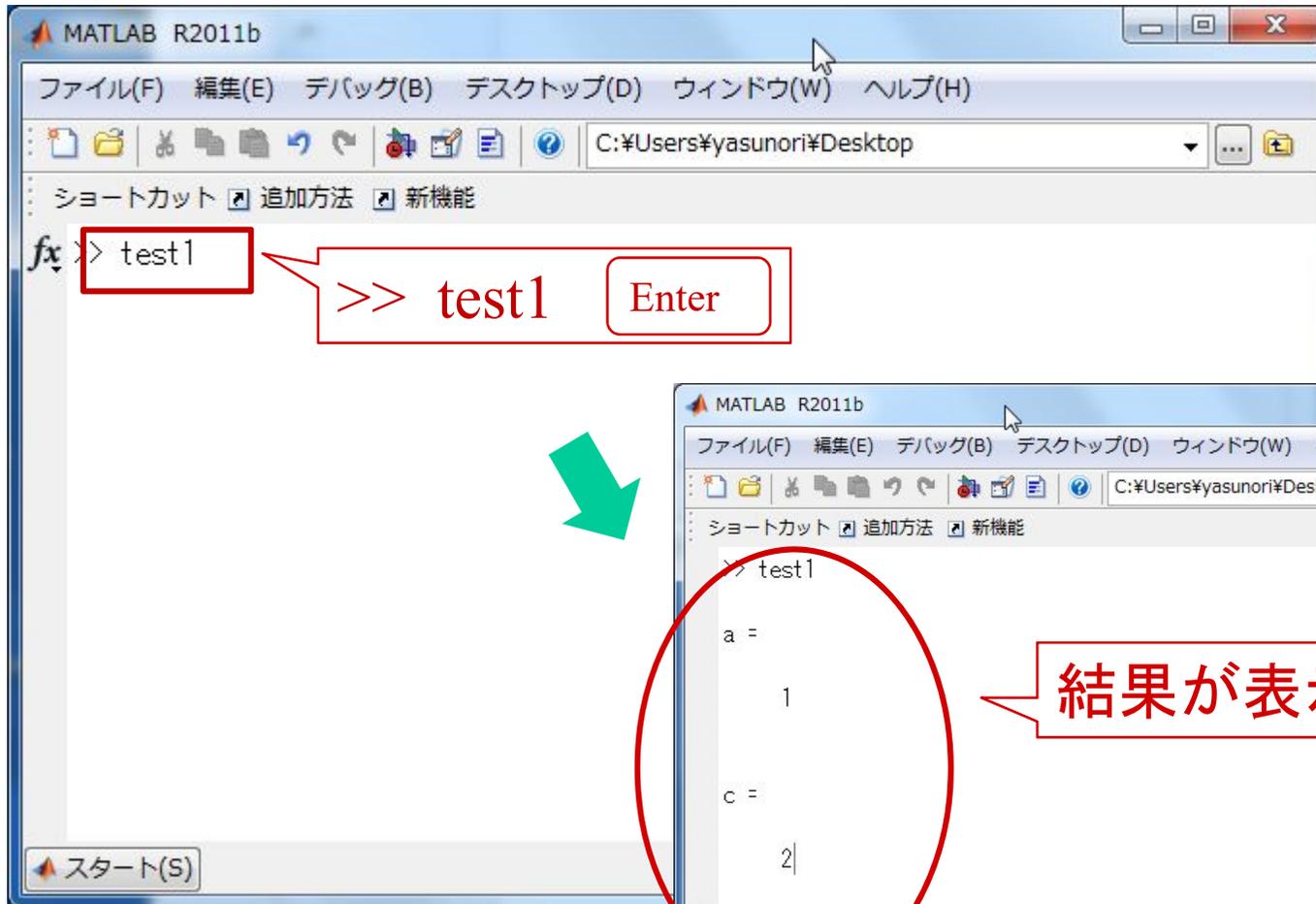
[保存]をクリック

コマンドウィンドウ





をクリックする代わりにコマンドウィンドウで実行



伝達関数の使い方

1 次系 $G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$

クリック

```
K = 1;  
T = 1;  
G = tf([K],[T 1])
```

MATLAB R2011b

```
>> test2  
  
伝達関数:  
1  
-----  
s + 1  
  
fx >> |
```

結果が表示される

伝達関数

Tf ([分子の係数], [分母の係数])

【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

伝達関数の演算

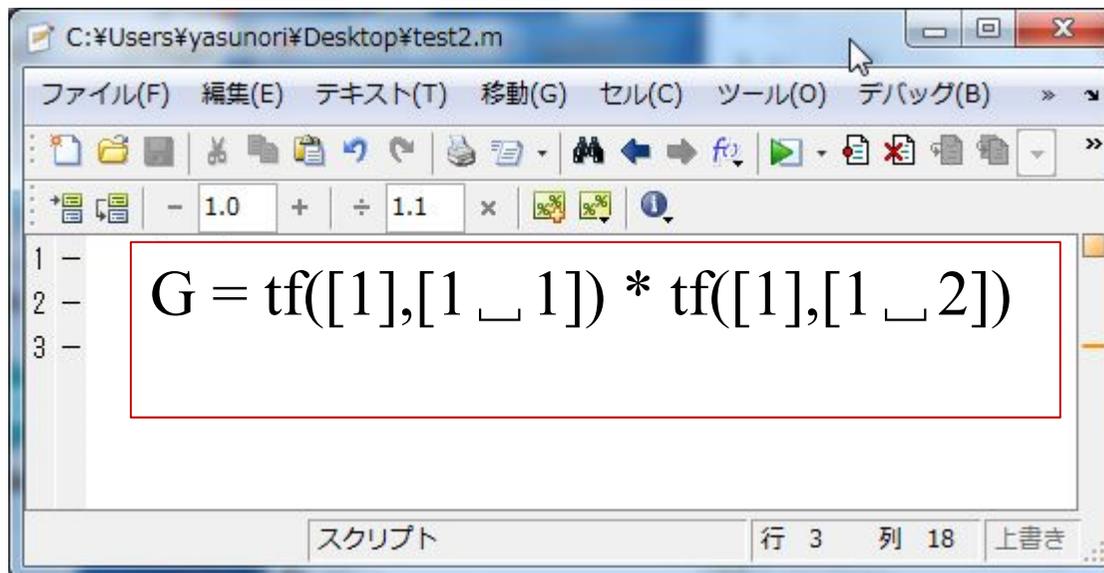
$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

式展開しても可能だが

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

乗算可能

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2}$$



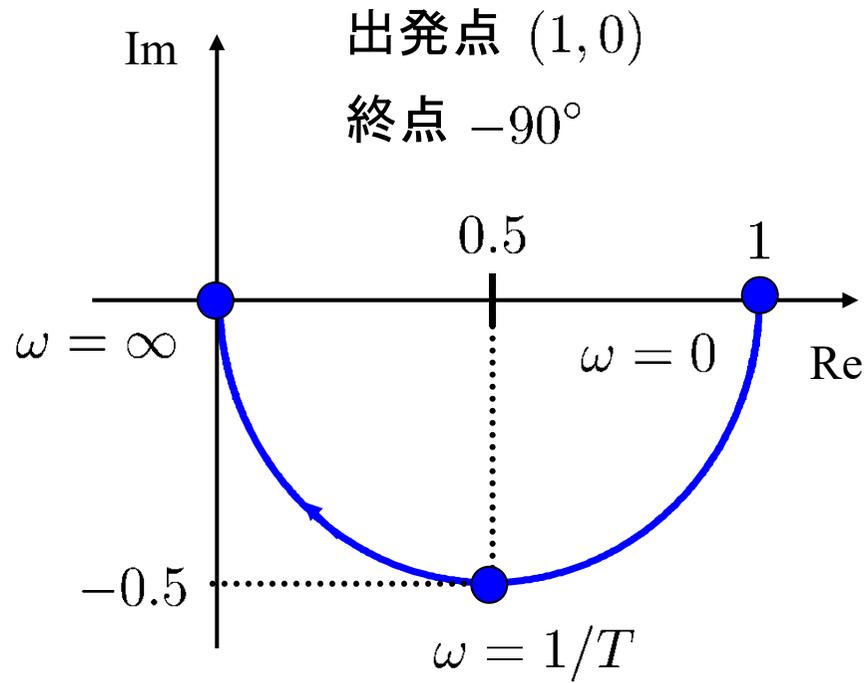
【問題】次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{s(1 + 2s)(1 + 3s)}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{s + 1}{s^2(s + 10)}$$

【復習】

1 次系 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$ ($K = 1$)



ベクトル軌跡の使い方

The image shows a MATLAB environment. The top window is a script editor with the following code:

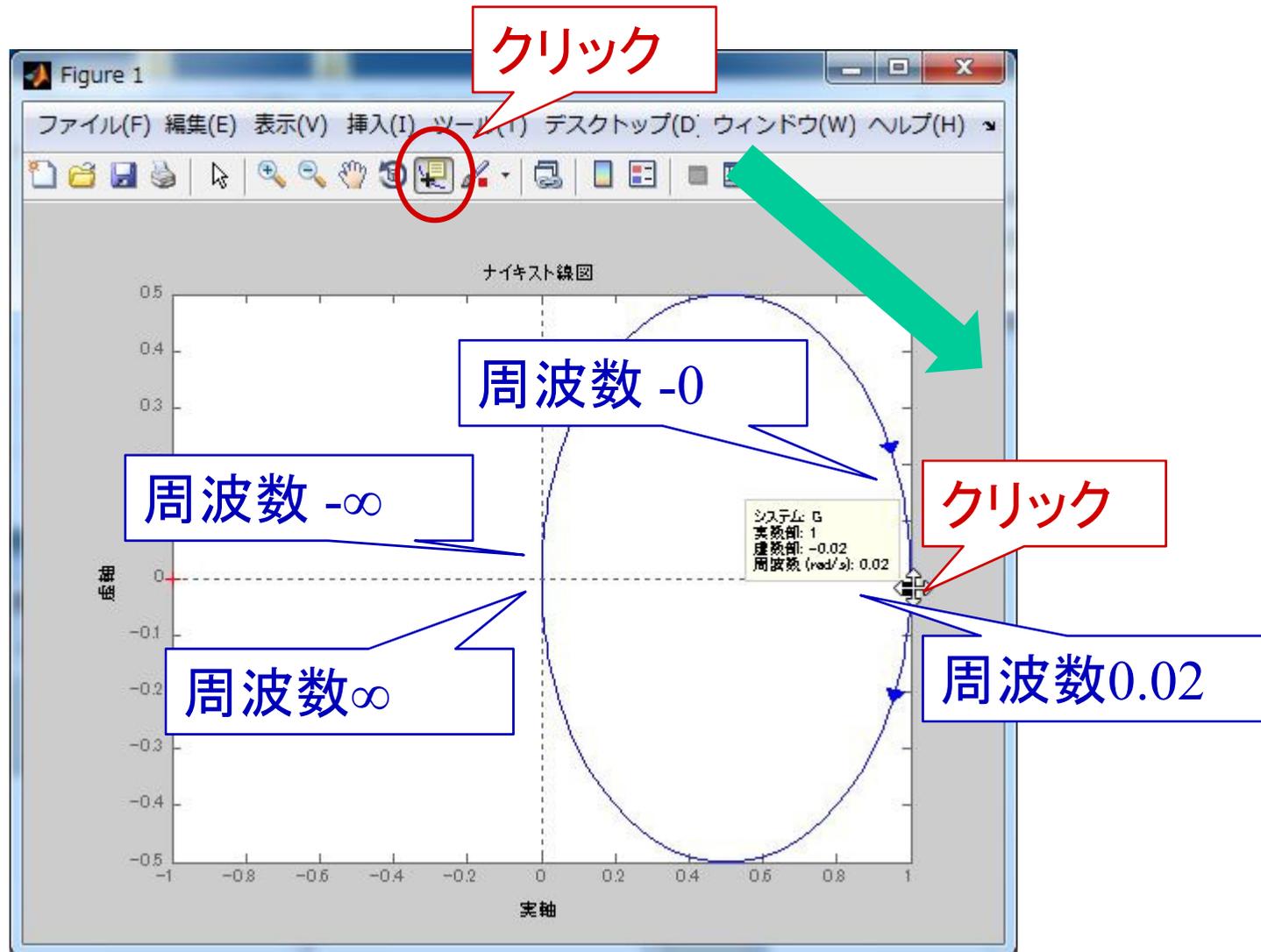
```
1 - K = 1;  
2 - T = 1;  
3 - G = tf([K],[T 1])  
   nyquist(G)
```

A red circle highlights the 'Run' button (a green play icon) in the toolbar, with a red callout box containing the word 'クリック' (Click) and a green arrow pointing to the script editor.

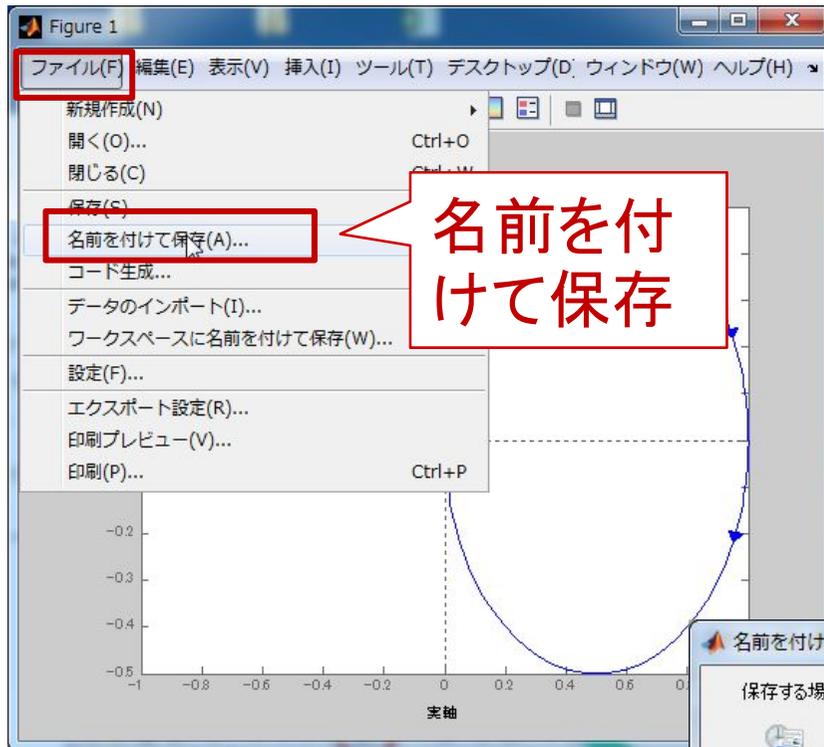
The bottom window, titled 'Figure 1', displays a Nyquist plot. The plot is titled 'ナイキスト線図' (Nyquist Plot). The horizontal axis is labeled '実軸' (Real Axis) and ranges from -1 to 1. The vertical axis is labeled '虚軸' (Imaginary Axis) and ranges from -0.5 to 0.5. The plot shows a blue curve that forms a closed loop in the right half-plane, starting at the origin, going up and right, then down and right, and finally back to the origin. The curve is symmetric about the real axis.

$\omega = -\infty \sim \infty$ のベクトル軌跡  ナイキスト軌跡

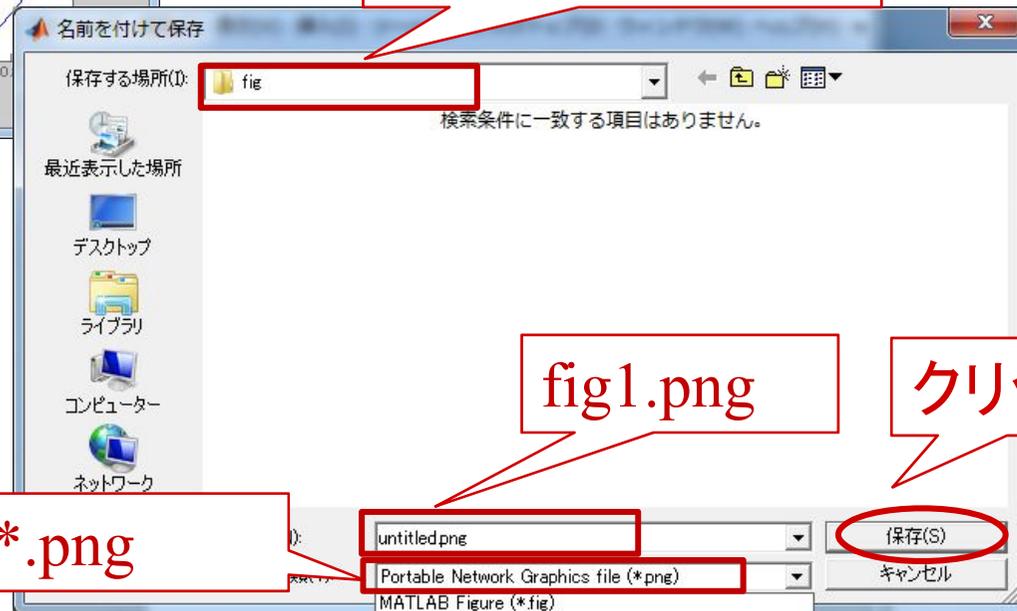
$\omega = 0 \sim \infty$  ベクトル軌跡



図の保存



保存場所を確認



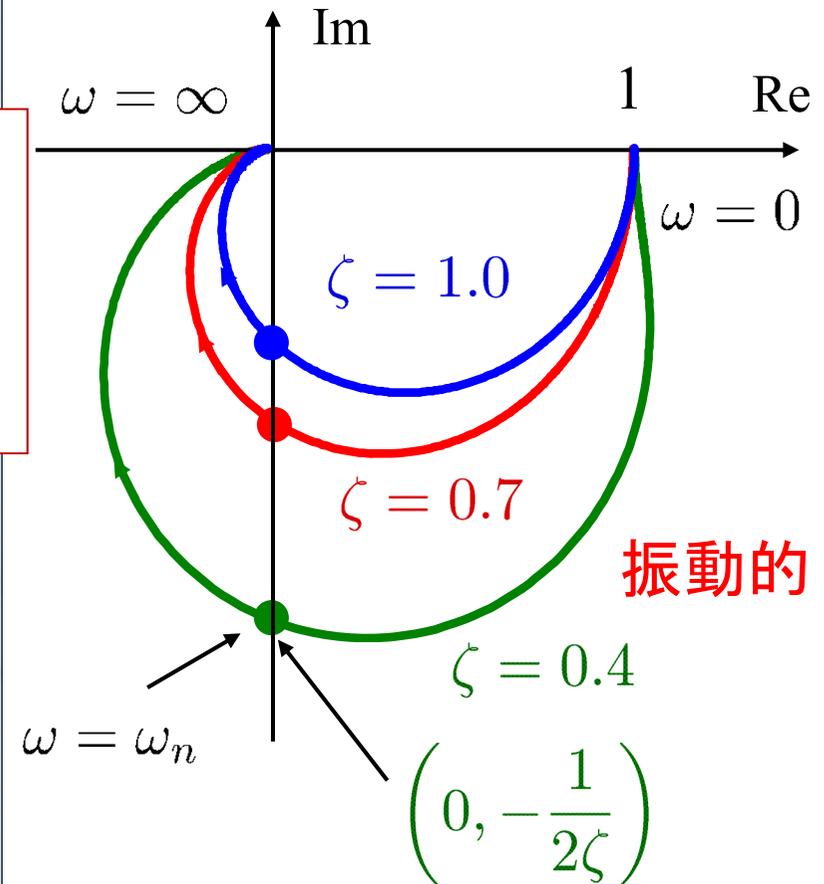
2次系 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, (K = 1)$

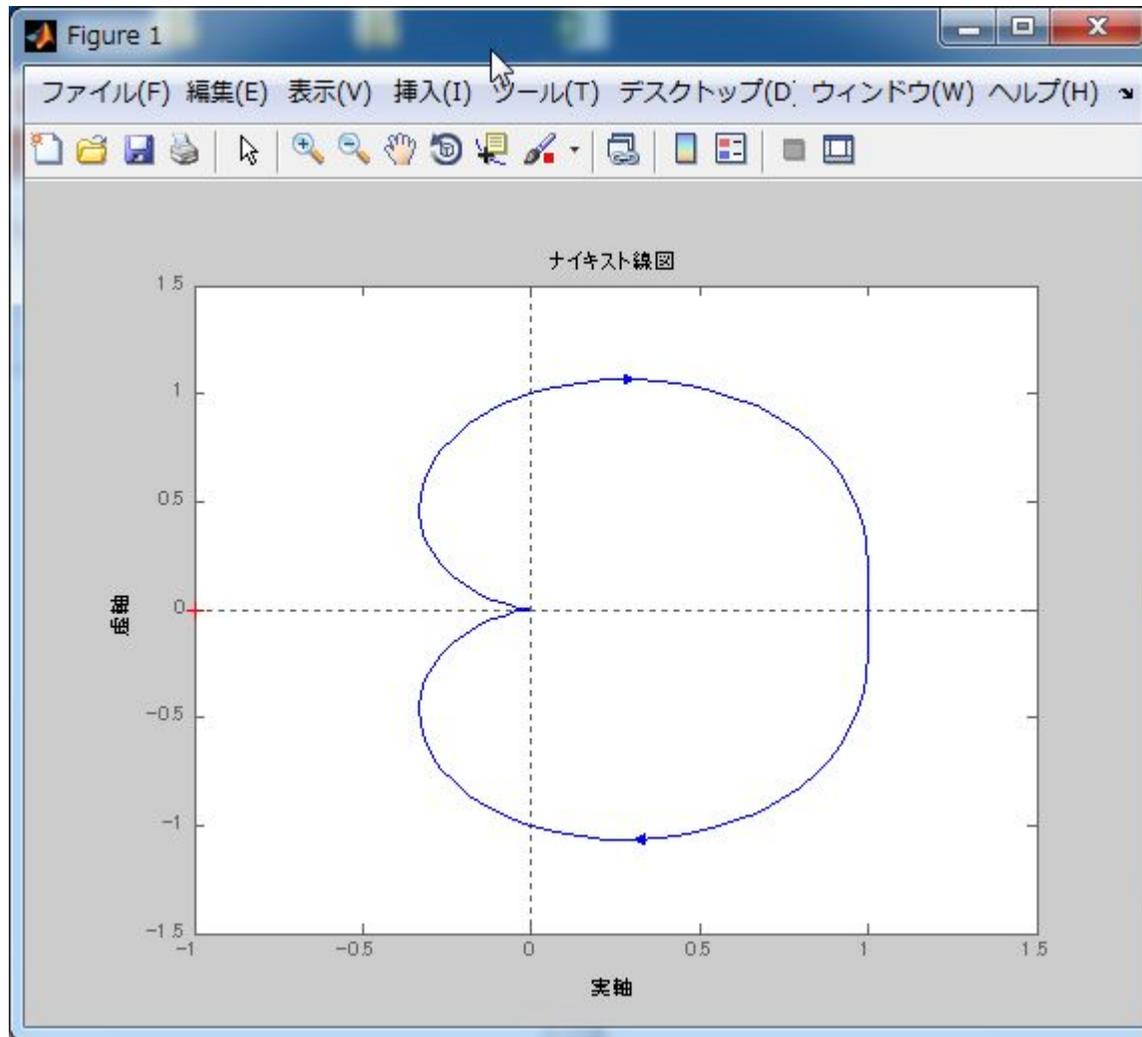
```

D:\course\2018\18CE2\Handouts\spring\18CE2_s_lect03\fig\test4.m
ファイル(F) 編集(E) テキスト(T) 移動(G) セル(C) ツール(O) デバッグ(B)
1 -
2 - wn = 1;
3 - zeta = 0.5;
4 - K = 1;
5 - G = tf([K*wn^2],[1 2*zeta*wn wn^2]);
nyquist(G)

```

スクリプト 行 5 列 11 上書き



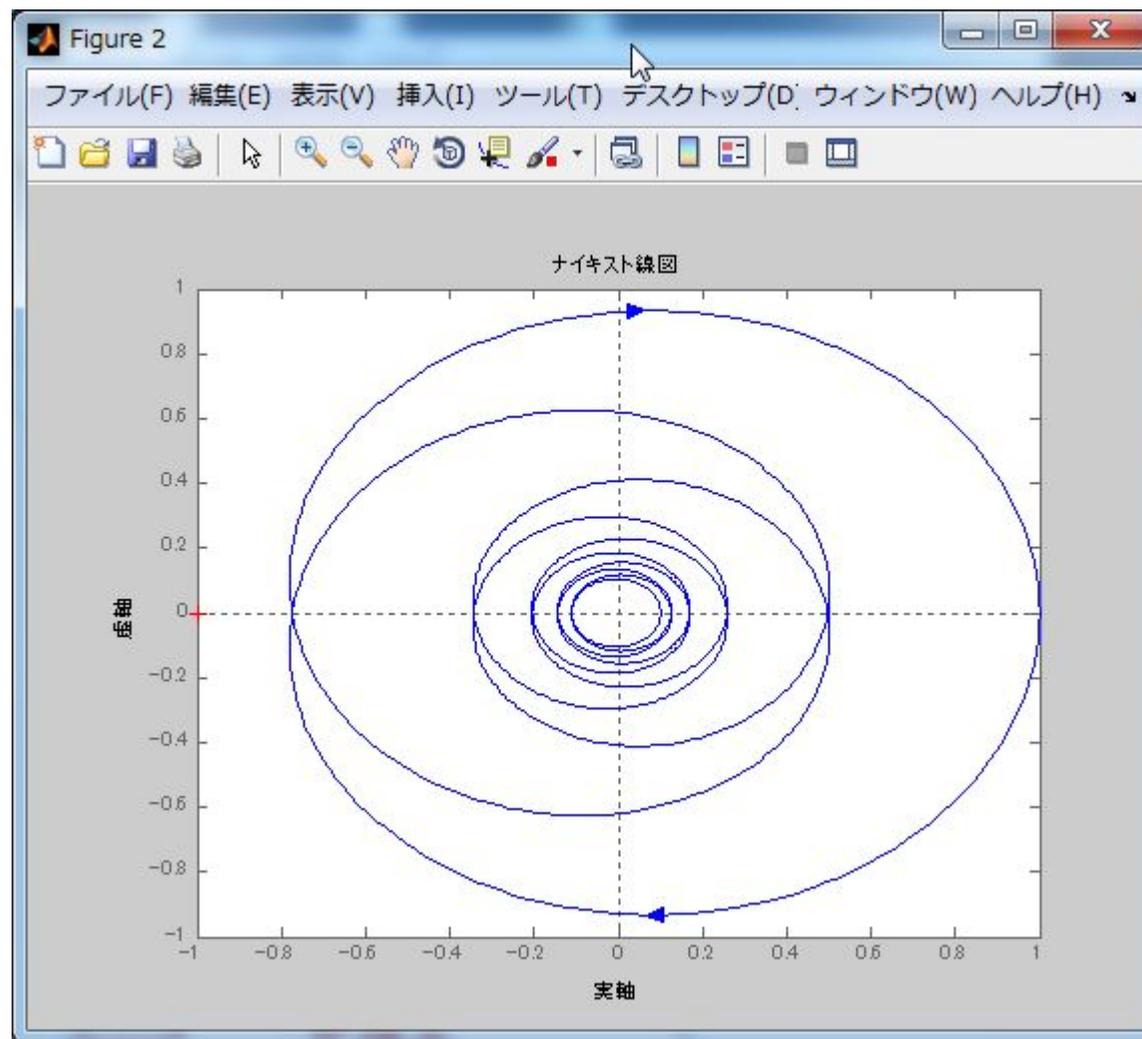


むだ時間系 $G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-T_d s}$

```
1 - w = 0:0.01:10;  
2 -  
3 - Td = 1;  
4 - G = tf([1],[1 1],'InputDelay',Td)  
5 - nyquist(G,w)
```

周波数の範囲を指定

スク립ト 行 5 列 11 上書き



第 5 章 : 周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード : ベクトル軌跡

学習目標 : MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。