

第5章：周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード：ベクトル軌跡

学習目標：MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

1

高次系 $G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m)$

出発点

ゲイン

原点 ($s = 0$) に極をもたないとき
 $|G(0)| = \frac{b_0}{a_0} \quad (a \neq 0)$

原点に l 位の極をもつとき

$|G(0)| = \infty$

位相

$\angle G(j\omega) \rightarrow \angle \frac{b_0}{(j\omega)^l} = \angle \frac{1}{j^l} \cdot \frac{b_0}{\omega^l}$

$= (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ)$

この方向の無限遠方から出発する

終点

ゲイン

終点 $\omega \rightarrow \infty$ のとき

$|G(j\omega)| = 0 \quad (n > m)$

$|G(j\omega)| = b_m \quad (n = m)$

位相

$\angle G(j\omega) \approx \angle \frac{b_m}{(j\omega)^{n-m}}$

$= (b_m \text{ の符号})$

$\times (n - m) \times (-90^\circ)$

この方向から原点に向う

2

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき

$G(s) = \frac{1}{s+1}$ $\frac{1}{s}$ が存在しない
 $G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$

(例) 原点に 1 位の極をもつとき ($l = 1$)

$G(s) = \frac{1}{s}$ $\frac{1}{s}$ が1つ存在する
 $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$

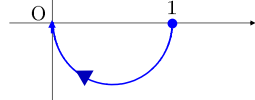
(例) 原点に 2 位の極をもつとき ($l = 2$)

$G(s) = \frac{1}{s^2}$ $\frac{1}{s}$ が2つ存在する
 $G(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$

3

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n > m$)

$G(s) = \frac{1}{s+1} \times \frac{1}{s+1}$ $m=0$
 $b_m = b_0 = 1$ $n=1$
 $n=1, m=0, n-m=1, l=0$



出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算
 $|G(0)| = \frac{1}{0+1} = 1$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$
 $\angle G(0) = (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ)$
 $= 0^\circ$

終点

ゲイン

$n > m$ より
 $|G(\infty)| = 0$

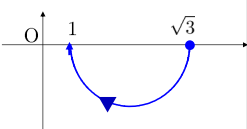
位相

$\angle G(j\omega) = (b_m \text{ の符号})$
 $\times (n - m) \times (-90^\circ)$
 $= -90^\circ$

4

(例) 原点 ($s = 0$) に極をもたないとき ($n = m$)

$G(s) = \frac{s + \sqrt{3}}{s + 1} = \frac{1}{s+1} \times \frac{s + \sqrt{3}}{s+1}$ $m=1$
 $b_1 = 1$ $b_0 = \sqrt{3}$
 $n=1, m=1, n-m=0, l=0$



出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がないので $|G(0)|$ を計算
 $|G(0)| = \frac{0 + \sqrt{3}}{0 + 1} = \sqrt{3}$

位相

$\frac{1}{s}$ がないので $l = 0$
 $\angle G(0) = (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ)$
 $= 0^\circ$

終点

ゲイン

$|G(\infty)| = b_1 = 1$

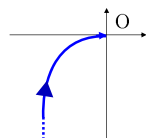
位相

$\angle G(j\omega) = (b_m \text{ の符号})$
 $\times (n - m) \times (-90^\circ)$

5

(例) 原点に 1 位の極をもつとき

$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{s+1} \times \frac{1}{s}$ $b_m = b_0 = 1$
 $l=1$ $n=2$
 $n=2, m=0, n-m=2, l=1$



出発点

ゲイン

$\frac{1}{s}$ がある $|G(0)| = \infty$

位相

$\frac{1}{s}$ が1つある ($l = 1$)
 $\angle G(j\omega) = (b_0 \text{ の符号}) \times l \times (-90^\circ)$
 $= -90^\circ$

終点

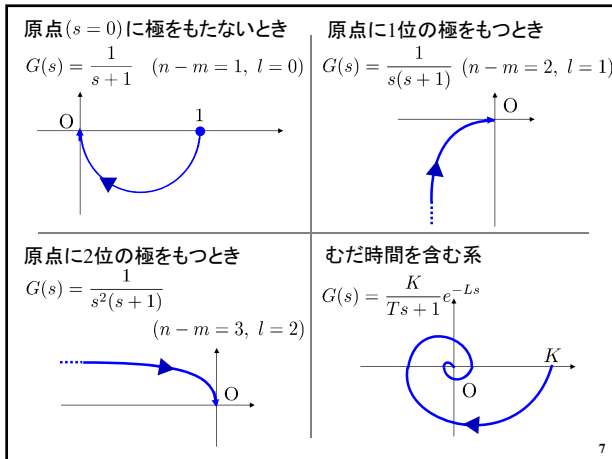
ゲイン

$n > m$ より
 $|G(\infty)| = 0$

位相

$\angle G(j\omega) = (b_m \text{ の符号})$
 $\times (n - m) \times (-90^\circ)$

6

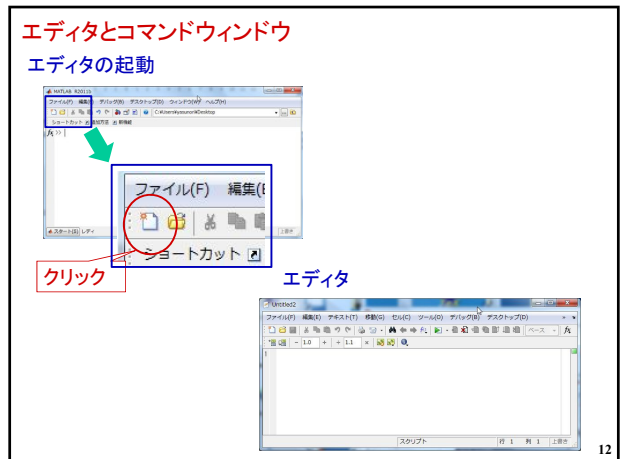
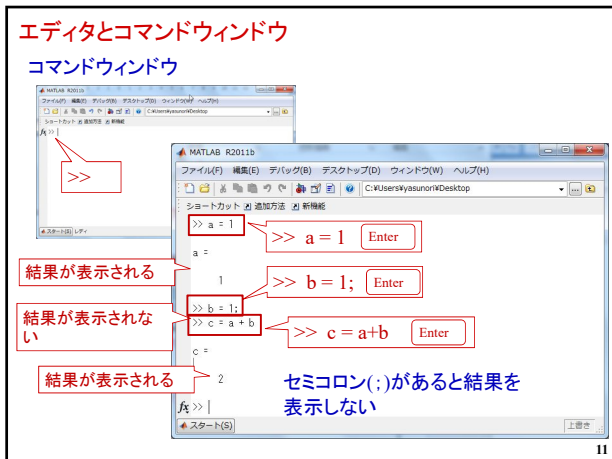
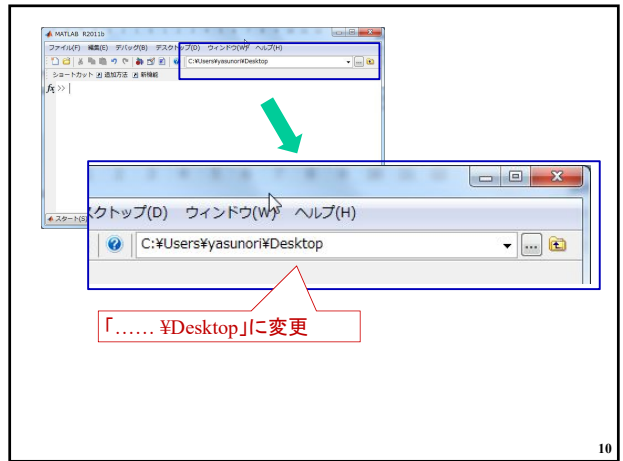
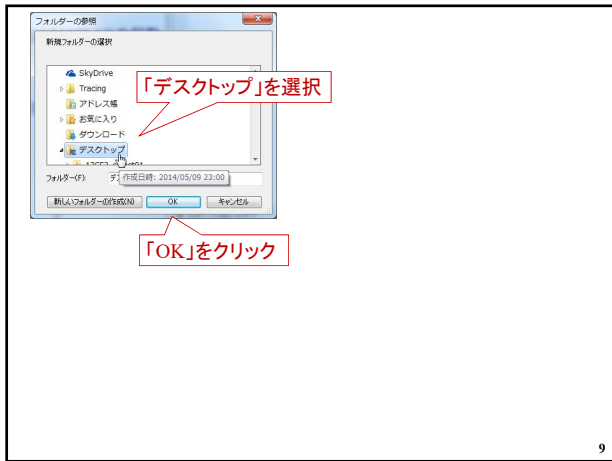
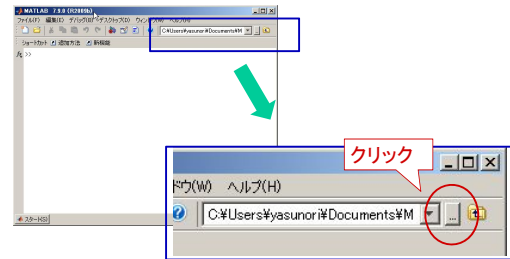


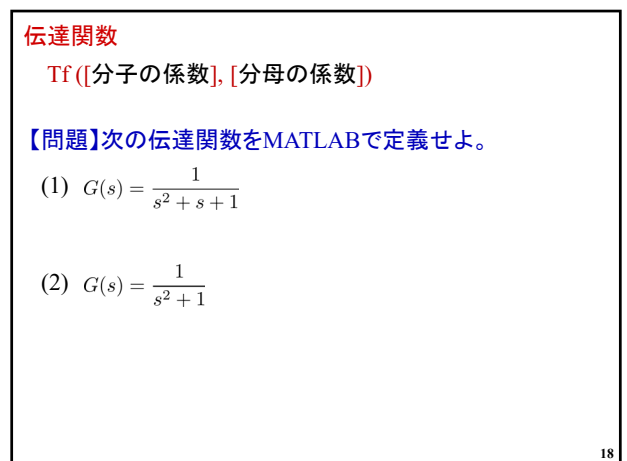
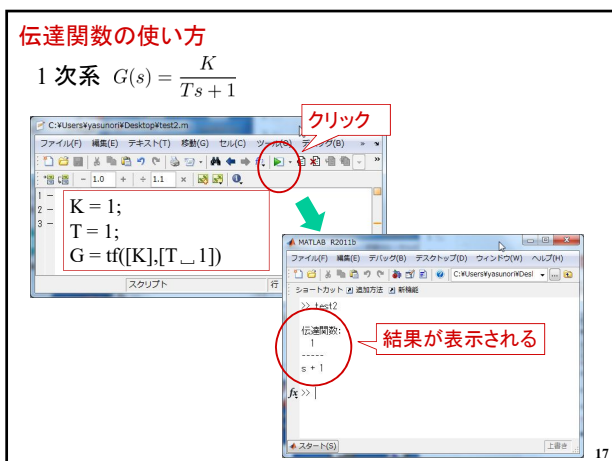
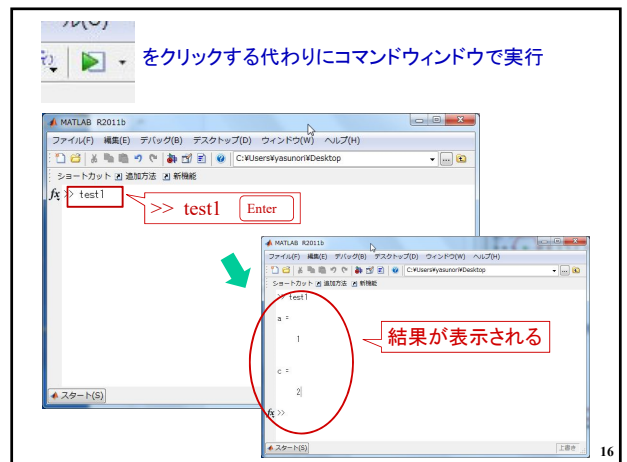
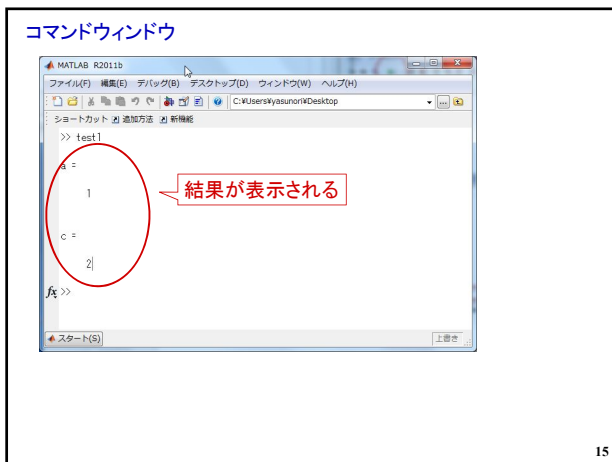
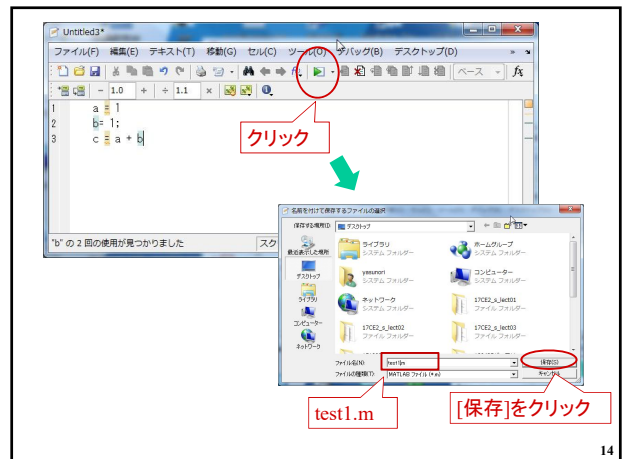
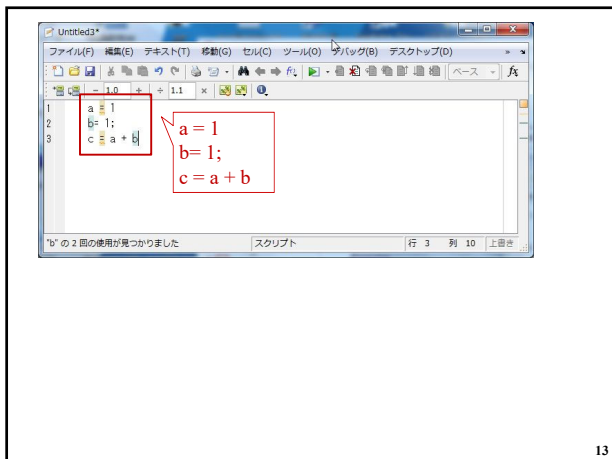
MATLABの準備

(a) MATLABの起動



(b) カレントフォルダの設定





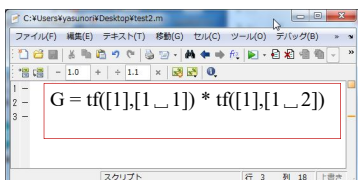
伝達関数の演算

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

式展開しても可能だが

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

乗算可能

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2}$$


19

【問題】 次の伝達関数をMATLABで定義せよ。

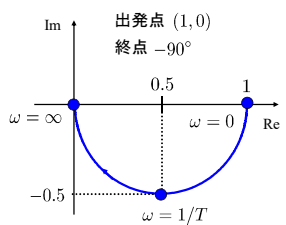
(1) $G(s) = \frac{1}{s(1+2s)(1+3s)}$

(2) $G(s) = \frac{s+1}{s^2(s+10)}$

20

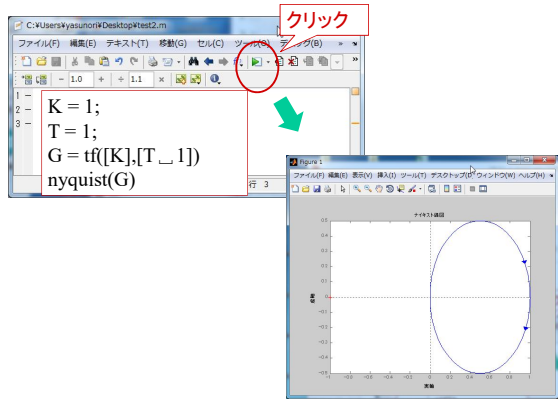
【復習】

1次系 $G(s) = \frac{1}{Ts+1}$ ($K=1$)



21

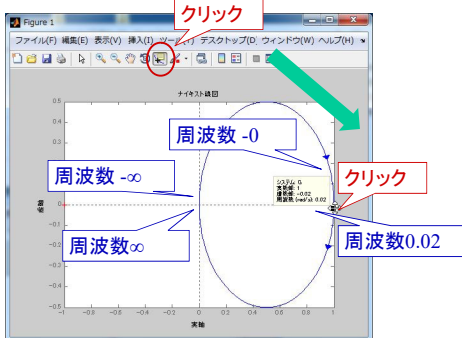
ベクトル軌跡の使い方



22

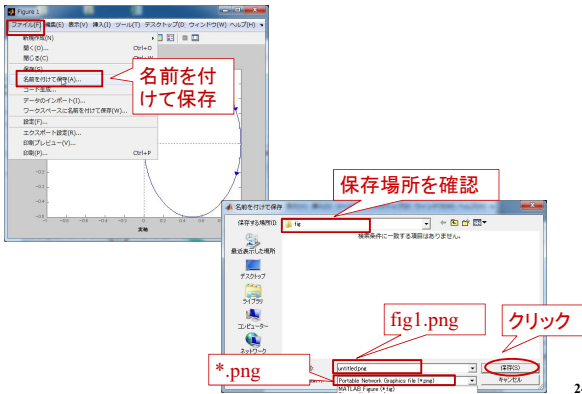
$\omega = -\infty \sim \infty$ のベクトル軌跡 → ナイキスト軌跡

$\omega = 0 \sim \infty$ → ベクトル軌跡

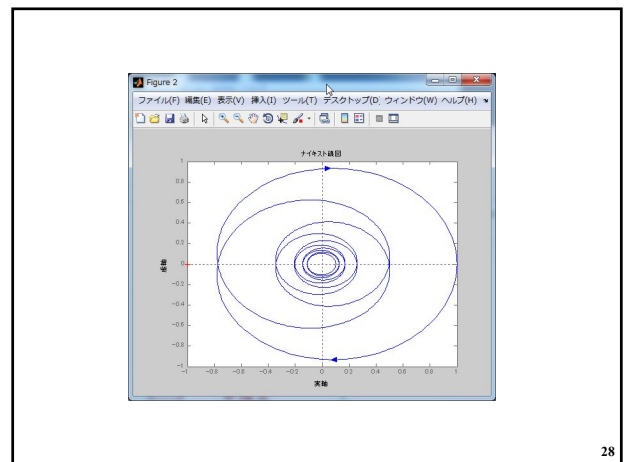
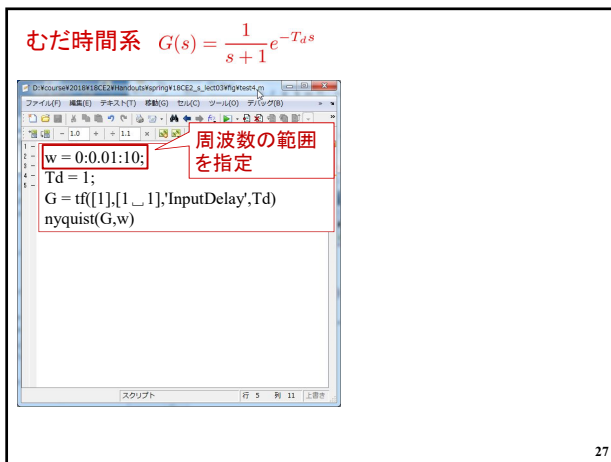
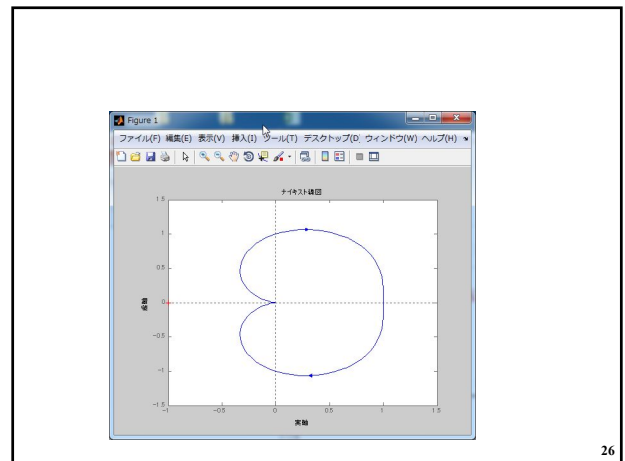
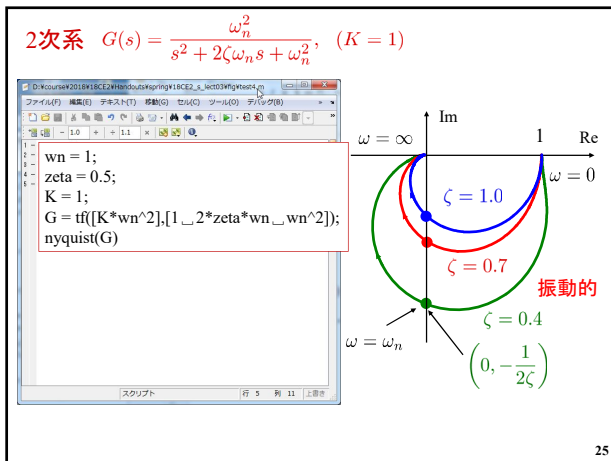


23

図の保存



24



第5章：周波数応答

5.2 ベクトル軌跡(MATLAB演習)

キーワード：ベクトル軌跡

学習目標：MATLABを用いてベクトル軌跡を描けるようになる。

29