

2024 年 6 月 12 日
河合康典

2024 年度 計測制御工学 中間試験
2024 年 6 月 12 日 5,6 限 (13:05-14:25)

注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。

[問題 1] (配点 20 点)*学生の到達目標 (1),(2)

次のシステムにおいて，入力 $f(t)$ ，出力 $y = x_2$ となるようにブロック線図を描け。

$$\ddot{x}_1(t) = -\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t) - 2x_1(t) + V_m(t)$$

$$2\ddot{x}_2(t) = -2x_2(t) - \dot{x}_1(t)$$



図 1-1: ブロック線図

[問題 2] (配点 25 点 ((1),(2):10 点,(3):5 点))

学生の到達目標 (1),(2)

次のシステム

$$2\ddot{z}(t) = -10z(t) - 12\dot{z}(t) + f(t)$$

において， z は台車の位置， \dot{z} は台車の速度を表している。状態空間表現が次のように表されるとき，次の問いに答えよ。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

(1) 次の状態空間表現の A, B, C, D を答えよ。

$$u(t) = f(t), y(t) = \dot{z}(t), x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

(2) システムの固有値を答えよ。

(3) 固有値が同じで $x(t)$ が

$$x(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}$$

でない， $x(t)$ と状態空間表現の A, B を答えよ。

[問題 3] (配点 15 点)*学生の到達目標 (4)
線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

における A, B が以下のように与えられたとき, 可制御性を可制御性行列を用いて判別して, 可制御または可制御ではないか答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

[問題 4] (配点 20 点)*学生の到達目標 (4)
線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

について, $A_{cl} := A + BK$ の固有値 $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$ を $p_1 = -2, p_2 = -8$ とする次式の状態フィードバック形式のコントローラ k_1, k_2 を答えよ。

$$\mathcal{K} : u(t) = Kx(t), K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

[問題 5] (配点 20 点)*学生の到達目標 (3)
線形システム

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), x(0) = x_0$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

において, 遷移行列 e^{At} を答えよ。ただし, 付録のラプラス変換表を用いてよい。

ラプラス変換表

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
単位インパルス関数 $\delta(t) = \begin{cases} 0 & (t \neq 0) \\ \infty & (t = 0) \end{cases}$	1
単位ステップ関数 $u_s(t) = 1$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\frac{t^n}{n!}e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$