

2024 年度 計測制御工学 前期 第 11 回レポート (模範解答)

EM 専攻 1 年 番号 _____ 氏名 _____

【問題 1】

1 出力システムの状態空間表現

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \\ y(t) = \bar{c}x(t) \end{cases}$$

における A , b , $\bar{c}$ が以下のように与えられたとき, 可観測性を調べよ。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

[解答]

可観測性行列は,

$$V_o = \begin{bmatrix} \bar{c} \\ \bar{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

より, $\det V_o = -3$, または $\text{rank}(V_o) = 2$ より 可観測である。

【問題 2】

アームシステムの状態方程式が

$$2\ddot{\theta}(t) = \tau(t) - \dot{\theta}(t)$$

で与えられている。ここで, θ はアームの角度である。状態変数 $x(t)$, 制御入力 $u(t)$, アームの角速度 $\dot{\theta}$ のみ観測できるとき, 状態空間表現の A , B , C を求めて, 可観測性を調べよ。

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}, u(t) = \tau(t)$$

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

[解答]

状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} u(t) \quad (2-1)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \quad (2-2)$$

となる。可観測性行列は,

$$V_o = \begin{bmatrix} \bar{c} \\ \bar{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

より, $\det V_o = 0$, または $\text{rank}(V_o) = 1$ より 不可観測である。