2022 年 9 月 27 日
河合康典

# 2022 年度 電気回路 II 前期末試験 (模範解答)
# 2022 年 9 月 27 日 2 限 (11:10-12:30)

| 注意：途中計算が解答欄に記入されていない場合は減点とする。 |
|---|

**[問題 1]** (配点 30 点 (各 10 点))*学生の到達目標 (4)

図 1-1 の方形波 $i(t)$ を次のフーリエ級数に展開するとき，以下の問いに答えよ。波形の特徴から答えが分かる場合は，その理由を答えれば途中計算は無くてもよい。

$$i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \qquad (1\text{-}1)$$

(1) $a_0$ を求めよ。

(2) $a_3$ $(n=3)$ を求めよ。

(3) $b_3$ $(n=3)$ を求めよ。

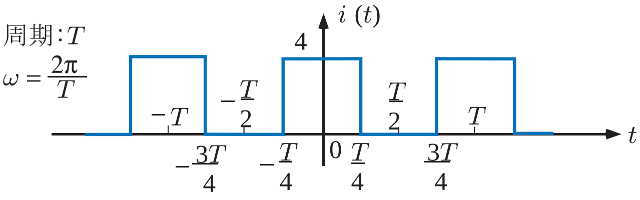



図 1-1: 方形波 (周期 $T$，基本角周波数 $\frac{2\pi}{T}$ )

**[解答]**

最大値 4 を $A$ とおく。

(1)

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\ dt \\
&= \frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} A\ dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} A\ dt\right) \\
&= \frac{A}{T}\left([t]_0^{\frac{T}{4}} + [t]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right) \\
&= \frac{A}{T}\left(\frac{T}{4} + \frac{T}{4}\right) = \frac{4}{2} = \underline{2}
\end{aligned} \qquad (1\text{-}2)$$

(2)

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos n\omega t\ dt \\
&= \frac{2}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} A\cos n\omega t\ dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} A\cos n\omega t\ dt\right) \\
&= \frac{2A}{T}\left(\left[\frac{1}{n\omega}\sin n\omega t\right]_0^{\frac{T}{4}} + \left[\frac{1}{n\omega}\sin n\omega t\right]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right) \\
&= \frac{2A}{n\omega T}\left(\sin n\omega\frac{T}{4} - \underbrace{\sin 0}_{=0} + \sin n\omega T - \sin n\omega\frac{3T}{4}\right)
\end{aligned}$$
(1-3)

$\omega T = 2\pi$ より

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2A}{2\pi n}\left(\sin\frac{2\pi n}{4} + \underbrace{\sin 2\pi n}_{=0} - \sin\frac{6\pi n}{4}\right) \\
&= \frac{A}{\pi n}\left(\sin\frac{\pi n}{2} - \sin\frac{3\pi n}{2}\right) \\
&= \frac{2A}{\pi n}\sin\frac{\pi n}{2}
\end{aligned} \qquad (1\text{-}4)$$

よって，

$$a_3 = \frac{2A}{3\pi}\sin\frac{3\pi}{2} = -\frac{2A}{3\pi} = \underline{-\frac{8}{3\pi}} \qquad (1\text{-}5)$$
(1-6)

(3)

$$\begin{aligned}
b_n &= \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\sin n\omega t\ dt \\
&= \frac{2}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{4}} A\sin n\omega t\ dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} A\sin n\omega t\ dt\right) \\
&= \frac{2A}{T}\left(\left[\frac{1}{n\omega}(-\cos n\omega t)\right]_0^{\frac{T}{4}} + \left[\frac{1}{n\omega}(-\cos n\omega t)\right]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right) \\
&= \frac{2A}{n\omega T}\left(\cos n\omega\frac{T}{4} - \underbrace{\cos 0}_{=1} + \cos n\omega T - \cos n\omega\frac{3T}{4}\right)
\end{aligned}$$
(1-7)

$\omega T = 2\pi$ より

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2A}{2\pi n}\left(\cos\frac{2\pi n}{4} - 1 + \underbrace{\cos 2\pi n}_{=1} - \cos\frac{6\pi n}{4}\right) \\ &= \frac{A}{\pi n}\left(\underbrace{\cos\frac{\pi n}{2}}_{=0} - \underbrace{\cos\frac{3\pi n}{2}}_{=0}\right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{1-8}$$

よって，

$$b_3 = \underline{0} \tag{1-9}$$

【別解】

偶関数より $b_n = 0$ なので，

$$b_3 = 0 \tag{1-10}$$

[**問題 2**] (配点 16 点 (各 8 点))*学生の到達目標 (4)

回路の電流が $i(t) = 10\sqrt{2}\sin t + 3\sqrt{2}\sin 3t$ [A] のとき，以下の問いに答えよ。

(1) 電圧 $v_L(t)$ [V] を求めよ。

(2) 電圧 $v_L(t)$ [V] のひずみ率 $k_L$ を求めよ。

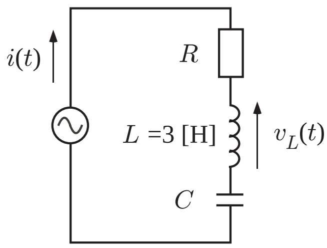



図 2-1: 回路

[**解答**]

(1)

$$V_L = j\omega LI = j3\omega I = 3\omega I\angle 90^\circ \tag{2-1}$$

より，$\omega = 1$ のとき

$$V_L = 3I\angle 90^\circ \tag{2-2}$$

$\omega = 3$ のとき

$$V_L = 9\angle 90^\circ \tag{2-3}$$

より

$$\underline{v_L = 30\sqrt{2}\sin(t + 90^\circ) + 27\sqrt{2}\sin(3t + 90^\circ)} \tag{2-4}$$

(2) ひずみ率は

$$k_L = \frac{27}{30} \times 100 = \underline{90\%} \tag{2-5}$$

**[問題 3]** (配点 16 点 (各 8 点))*学生の到達目標 (4)

ある負荷の電圧 $v(t)$ と電流 $i(t)$ が次のようであった。以下の問いに答えよ。

$$\begin{aligned} v(t) &= 2+\sqrt{2}\sin(\omega t)+2\sqrt{2}\sin(2\omega t-30^\circ) \\ &\quad +4\sqrt{2}\sin(3\omega t-30^\circ) \\ i(t) &= 1+2\sqrt{2}\sin(\omega t+60^\circ)+3\sqrt{2}\sin(2\omega t-30^\circ) \\ &\quad +4\sqrt{2}\sin(3\omega t+30^\circ) \end{aligned}$$

(1) 電圧 $v(t)$ の実効値 $V$ [V] を求めよ。

(2) 有効電力 $P$ [W] を求めよ。

**[解答]**

(1)

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{2^2+1^2+2^2+4^2} = \sqrt{4+1+4+16} \\ &= \sqrt{25} \\ &= \underline{5} \end{aligned} \qquad (3\text{-}1)$$

(2)

$$\begin{aligned} P &= 2\times 1+1\times 2\cos 60^\circ + 2\times 3\cos 0^\circ \\ &\quad +4\times 4\cos 60^\circ \\ &= 2+2\times\frac{1}{2}+6+16\times\frac{1}{2} \\ &= 2+1+6+8 \\ &= \underline{17} \end{aligned} \qquad (3\text{-}2)$$

**[問題 4]** (配点 15 点)*学生の到達目標 (3)

公称インピーダンス $R=60$ [Ω]，遮断周波数 $f_l=\frac{20}{\pi}$ [Hz] の定 K 形低域フィルタの回路図において，インダクタンス $L$ [H] を答えよ。

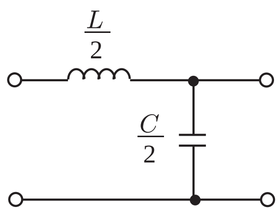



図 4-1: 定 K 形低域フィルタ

**[解答]**

$L$ は

$$\begin{aligned} L &= \frac{2R}{\omega_l} = \frac{R}{\pi f_l} \\ &= \frac{60}{\pi\times\frac{20}{\pi}} \\ &= \underline{3\ [\mathrm{H}]} \end{aligned} \qquad (4\text{-}1)$$

**[問題 5]** (配点 15 点) *学生の到達目標 (3)

図 5-1 の定 K 形高域フィルタの遮断周波数 $f_h$ [Hz] を求めよ。ただし，$L = \frac{1}{16\pi}$ [H]，$C = \frac{1}{\pi}$ [F] である。

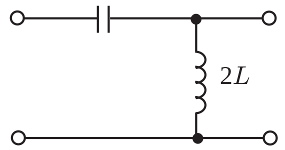



図 5-1: 定 K 形高域フィルタ

**【解答】**

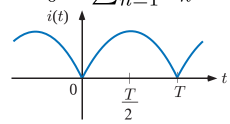
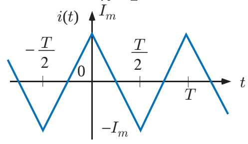
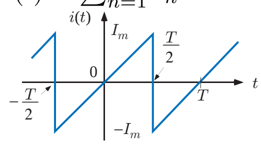
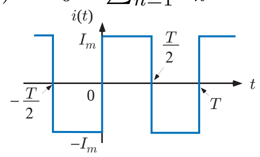
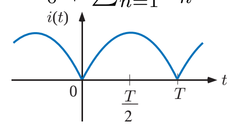
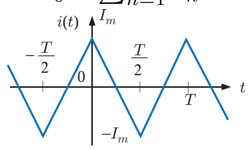
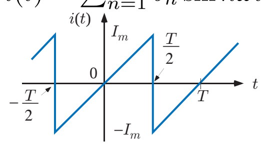
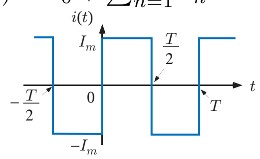
$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \tag{5-1}$$

$$\omega = \frac{1}{2CR} = \frac{1}{2 \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{4}} = 2\pi \tag{5-2}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \underline{1\ [\mathrm{Hz}]} \tag{5-3}$$

**[問題 6]** (配点 8 点) *学生の到達目標 (4)

次の波形 $i(t)$ と偶関数・奇関数，フーリエ級数の展開式の 3 つが正しい組み合わせを (a)∼ (h) から <u>すべて</u> 答えよ。

| | | |
|---|---|---|
| (a) | 偶関数 | $i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$  |
| (b) | 偶関数 | $i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$  |
| (c) | 偶関数 | $i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$  |
| (d) | 偶関数 | $i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$  |
| (e) | 奇関数 | $i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$  |
| (f) | 奇関数 | $i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$  |
| (g) | 奇関数 | $i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$  |
| (h) | 奇関数 | $i(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$  |

**[解答]**

<u>(a), (g)</u>