第 1 章：1端子対回路

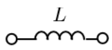
1.2 インピーダンス関数

キーワード：リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。

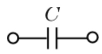
1

$s = j\omega$ を用いる



インピーダンス

$$Z(j\omega) = j\omega L$$
$$Z(s) = Ls$$



インピーダンス

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$
$$Z(s) = \frac{1}{sC}$$

2

リアクタンス関数

インダクタンス L とキャパシタンス C からのみなる回路の駆動点イミタンス（インピーダンスまたはアドミタンス）

$$F(s) = K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

$s = j\omega$ を代入

$$F(j\omega) = K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{j\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}$$
$$= j\underbrace{\boxed{\left(-K\frac{(-\omega^2+\omega_1^2)(-\omega^2+\omega_3^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-1}^2)}{\omega(-\omega^2+\omega_2^2)(-\omega^2+\omega_4^2)\cdots(-\omega^2+\omega_{2n-2}^2)}\right)}}_{X(\omega)}$$
$$= jX(\omega)$$

3

$$s = \pm j\omega_1,\ \pm j\omega_3,\ \pm j\omega_{2n-1}$$

⇧

零点 $(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2) = 0$

$$F(s) = K\frac{\boxed{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}}{\boxed{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}}$$

極 $s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2) = 0$

⇩

$$s = 0,\ \pm j\omega_2,\ \pm j\omega_4,\ \pm j\omega_{2n-2}$$

4

$F(j\omega) = jX(\omega)$

$X(\omega)$ は4つに分類できる

タイプ1 $X(0) = 0,\ \ X(\infty) = \infty$

タイプ2 $X(0) = 0,\ \ X(\infty) = 0$

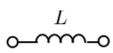
タイプ3 $X(+0) = -\infty,\ \ X(\infty) = \infty$

タイプ4 $X(+0) = -\infty,\ \ X(\infty) = 0$

5

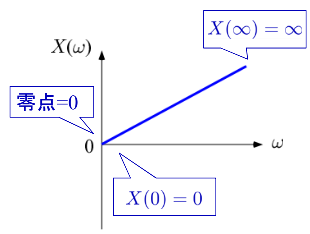
---

(1) タイプ1 $X(0) = 0,\ \ X(\infty) = \infty$



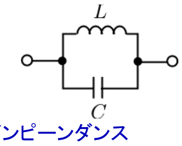
インピーダンス

$$Z(s) = Ls$$
$$Z(j\omega) = j\boxed{\omega L}$$
$$X(\omega) = \omega L$$



6

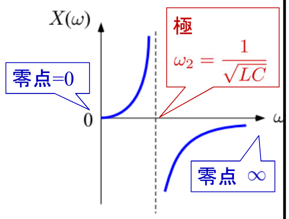
(2) タイプ2　$X(0)=0,\quad X(\infty)=0$



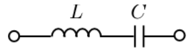
$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーダンス

$$Z(s)=\frac{sL\frac{1}{sC}}{sL+\frac{1}{sC}}$$
$$=\frac{sL}{1+s^2LC}=\frac{L}{LC}\frac{s}{s^2+\frac{1}{LC}}$$
$$Z(j\omega)=\frac{L}{LC}\frac{j\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}$$
$$=j\boxed{\frac{1}{C}\frac{\omega}{-\omega^2+\frac{1}{LC}}}$$
$$X(j\omega)=\frac{1}{C}\frac{\omega}{\boxed{-\omega^2+\frac{1}{LC}}}\qquad \omega_2=\pm\frac{1}{\sqrt{LC}}$$



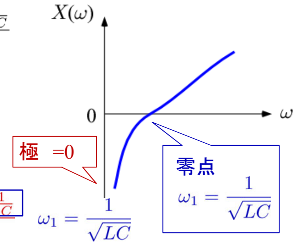
タイプ3　$X(+0)=-\infty,\quad X(\infty)=\infty$



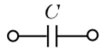
$$F(s)=K\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{s(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\cdots(s^2+\omega_{2n-2}^2)}$$

インピーダンス

$$Z(s)=sL+\frac{1}{sC}$$
$$=\frac{s^2LC+1}{sC}=\frac{LC}{C}\frac{s^2+\frac{1}{LC}}{s}$$
$$Z(j\omega)=L\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{j\omega}$$
$$=j\boxed{(-L)\frac{-\omega^2+\frac{1}{LC}}{\omega}}$$
$$X(\omega)=-L\frac{\boxed{-\omega^2+\frac{1}{LC}}}{\omega}\qquad \omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

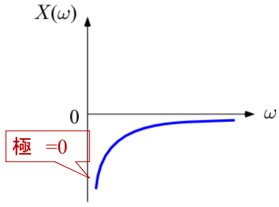


タイプ4　$X(+0)=-\infty,\quad X(\infty)=0$



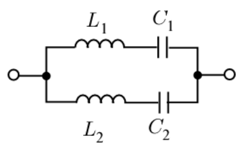
インピーダンス

$$Z(s)=\frac{1}{sC}$$
$$Z(j\omega)=\frac{1}{j\omega C}=j\boxed{\left(-\frac{1}{\omega C}\right)}$$
$$X(\omega)=-\frac{1}{\omega C}$$

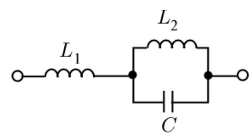


どのタイプか答えよ

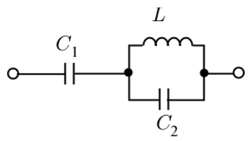
【問題1】



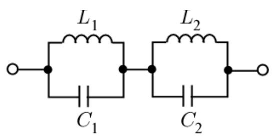
【問題2】



【問題3】



【問題4】



第 1 章 ：1端子対回路

1.2 インピーダンス関数

キーワード： リアクタンス関数，極，零点

学習目標：リアクタンス関数を求めて，周波数特性を分類することができる。