

2022年度 電気回路 II 前期 第6回レポート (模範解答)

4年 E科 番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

【問題 1】

図 1-1 の回路のインピーダンスパラメータ  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$  を求めよ。(答えはテキスト P. 52 参照)

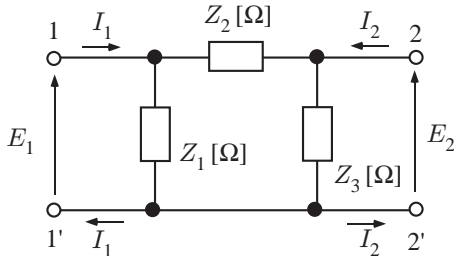


図 1-1: 回路

【解答】

【解法 1】

図 1-2 のように回路を考える。

$$E_1 = Z_1 I_1 - Z_1 I \quad (1-1)$$

$$0 = -Z_1 I_1 + (Z_1 + Z_2 + Z_3) I + Z_3 I_2 \quad (1-2)$$

$$E_2 = Z_3 I_2 + Z_3 I \quad (1-3)$$

(1-2 式より)

$$I = \frac{Z_1 I_1 - Z_3 I_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (1-4)$$

(1-4) 式を (1-1) 式に代入

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_1 I_1 - Z_1 \frac{Z_1 I_1 - Z_3 I_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ &= \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_1 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_2 \quad (1-5) \end{aligned}$$

(1-4) 式を (1-3) 式に代入

$$\begin{aligned} E_2 &= Z_3 I_2 + Z_3 \frac{Z_1 I_1 - Z_3 I_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ &= \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_1 + \frac{(Z_1 + Z_2) Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_2 \quad (1-6) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \begin{bmatrix} Z_1(Z_2 + Z_3) & Z_1 Z_3 \\ Z_1 Z_3 & (Z_1 + Z_2) Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

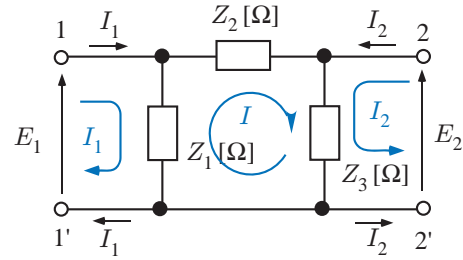


図 1-2: 回路

【解法 2】

- 電源  $E_2$  を開放して、 $I_2 = 0$  とする。

$$E_1 = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_1 \quad (1-8)$$

$$Z_{11} = \left[ \frac{E_1}{I_1} \right]_{I_2=0} = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (1-9)$$

分圧より

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} E_1 = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_1 \\ &= \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_1 \quad (1-10) \end{aligned}$$

$$Z_{21} = \left[ \frac{E_2}{I_1} \right]_{I_2=0} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (1-11)$$

- 電源  $E_1$  を開放して、 $I_1 = 0$  とする。

$$E_2 = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_3 + (Z_1 + Z_2)} I_2 \quad (1-12)$$

$$Z_{22} = \left[ \frac{E_2}{I_2} \right]_{I_1=0} = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (1-13)$$

分圧より

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} E_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + (Z_2 + Z_3)} I_2 \\ &= \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} I_2 \quad (1-14) \end{aligned}$$

$$Z_{21} = \left[ \frac{E_1}{I_2} \right]_{I_1=0} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (1-15)$$

よって

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \begin{bmatrix} Z_1(Z_2 + Z_3) & Z_1 Z_3 \\ Z_1 Z_3 & (Z_1 + Z_2) Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (1-16) \end{aligned}$$

【問題 2】

図 2-1 の回路のアドミタンスパラメータ  $Y_{11}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Y_{22}$  を求めよ。

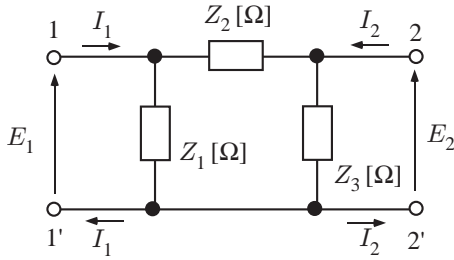


図 2-1: 回路

【解答】

【解法 1】

- 端子 2, 2' 短絡 ( $E_2 = 0$ ) のとき

図 2-2 となる ( $Z_3$  には電流は流れない)。

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_1}{Z_2} \quad (2-1)$$

$$I_2 = -\frac{E_1}{Z_2} \quad (2-2)$$

よって,

$$Y_{11} = \frac{I_1}{E_1} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2-3)$$

$$Y_{12} = \frac{I_2}{E_1} = -\frac{1}{Z_2} \quad (2-4)$$

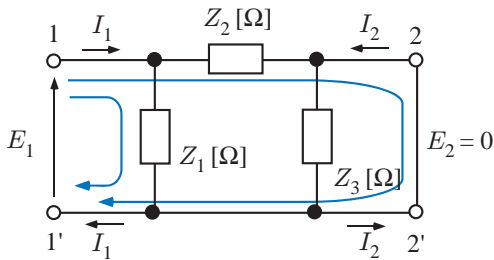


図 2-2: 回路

- 端子 1, 1' 短絡 ( $E_1 = 0$ ) のとき

図 2-3 となる ( $Z_1$  には電流は流れない)。

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_3} + \frac{E_2}{Z_2} \quad (2-5)$$

$$I_1 = -\frac{E_2}{Z_2} \quad (2-6)$$

よって,

$$Y_{21} = \frac{I_1}{E_2} = -\frac{1}{Z_2} \quad (2-7)$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{E_2} = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3} \quad (2-8)$$

ゆえに

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{Z_2+Z_3}{Z_2 Z_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

となる。

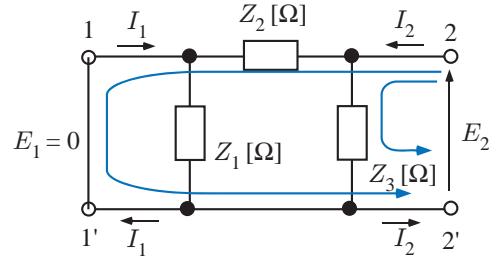


図 2-3: 回路

【解法 2】

問題 1 の結果

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \begin{bmatrix} Z_1(Z_2 + Z_3) & Z_1 Z_3 \\ Z_1 Z_3 & (Z_1 + Z_2)Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

を用いて

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= (Z_1 + Z_2 + Z_3) \begin{bmatrix} Z_1(Z_2 + Z_3) & Z_1 Z_3 \\ Z_1 Z_3 & (Z_1 + Z_2)Z_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{|Z|} \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2)Z_3 & -Z_1 Z_3 \\ -Z_1 Z_3 & Z_1(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-11)$$

ここで,

$$\begin{aligned} |Z| &= (Z_1 + Z_2)Z_3 Z_1(Z_2 + Z_3) - (Z_1 Z_3)^2 \\ &= Z_3 Z_1(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2^2 + Z_2 Z_3) - (Z_1 Z_3)^2 \\ &= Z_3 Z_1(Z_1 Z_2 + Z_2^2 + Z_2 Z_3) \\ &= Z_1 Z_2 Z_3 (Z_1 + Z_2 + Z_3) \end{aligned} \quad (2-12)$$

である。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{Z_1 Z_2 Z_3} \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2)Z_3 & -Z_1 Z_3 \\ -Z_1 Z_3 & Z_1(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{Z_2+Z_3}{Z_2 Z_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-13)$$

【問題 3】

図 4-1 の回路のインピーダンスパラメータ  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$  を求めよ。(答えはテキスト P. 52 参照)。

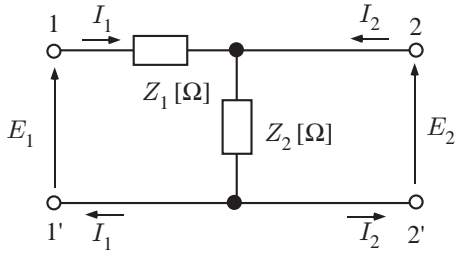


図 3-1: 回路

【解答】

$I_2 = 0$  のとき

$$E_1 = (Z_1 + Z_2)I_1 \quad (3-1)$$

$$E_2 = Z_2 I_1 \quad (3-2)$$

よって,

$$Z_{11} = \frac{E_1}{I_1} = Z_1 + Z_2 \quad (3-3)$$

$$Z_{21} = \frac{E_2}{I_1} = Z_2 \quad (3-4)$$

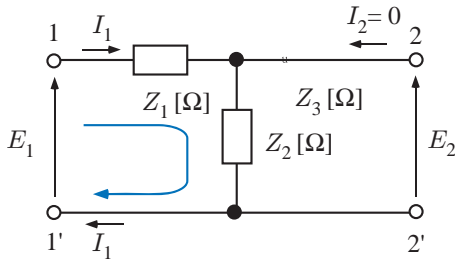


図 3-2: 回路

$I_1 = 0$  のとき

$$E_1 = Z_2 I_2 \quad (3-5)$$

$$E_2 = Z_2 I_2 \quad (3-6)$$

よって,

$$Z_{12} = \frac{E_1}{I_2} = Z_2 \quad (3-7)$$

$$Z_{22} = \frac{E_2}{I_2} = Z_2 \quad (3-8)$$

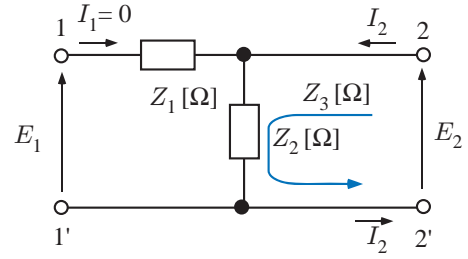


図 3-3: 回路

【問題 4】

図 4-1 の回路のアドミタンスパラメータ  $Y_{11}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Y_{22}$  を求めよ。(答えはテキスト P. 52 参照)。

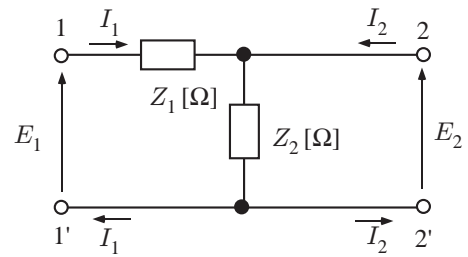


図 4-1: 回路

【解答】

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{(Z_1 + Z_2)Z_2 - Z_2^2} \begin{bmatrix} Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{Z_1 Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \quad (4-1) \end{aligned}$$