3 フィルタ
3.1 概説

フィルタ：ある特定の周波数あるいは周波数帯だけを通過させる回路

低域フィルタ (LPF: low pass filter) （例）雑音除去

高域フィルタ (HPF: high pass filter)

帯域フィルタ (BPF: band pass filter) （例）ラジオ，テレビ

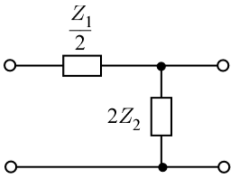
帯域除去フィルタ (BEF: band elimination filter)

1

3 フィルタ
3.2 定K形フィルタ

$$\frac{Z_1}{2}\cdot 2Z_2 = Z_1 Z_2 = R^2$$

R :公称インピーダンス



直列インピーダンス $\frac{Z_1}{2}$

並列インピーダンス $2Z_2$

との積が周波数に関係なく，定数 R^2 に等しい

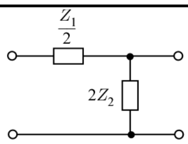
四端子定数

$$A = 1 + \frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2}, \quad B = \frac{Z_1}{2}$$

$$C = \frac{1}{2Z_2}, \quad D = 1$$

2

影像インピーダンス



$$Z_{01} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{Z_1}{2}\cdot 2Z_2\left(\frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2}+1\right)}$$

$$= \sqrt{Z_1 Z_2\left(\frac{Z_1}{4Z_2}+1\right)}$$

四端子定数

$$A = 1 + \frac{\frac{Z_1}{2}}{2Z_2}, \quad B = \frac{Z_1}{2}$$

$$C = \frac{1}{2Z_2}, \quad D = 1$$

$Z_1 Z_2 = R^2$, $Z_2 = \frac{R^2}{Z_1}$ を代入

$$Z_{01} = R\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

同様に

$$Z_{02} = \sqrt{\frac{DB}{CA}} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{\frac{Z_1}{4Z_2}+1}} = \frac{R}{\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

3

伝達定数

$$\theta = \alpha + j\beta$$

α :減衰定数

β :位相定数

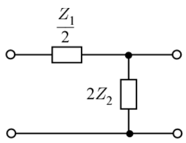
$$\cosh\theta = \sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}, \quad \sinh\theta = \frac{Z_1}{2R}$$

影像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2}+1}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2}+1}}$$

（補足計算）



$D = \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}}\cosh\theta$ より

$$\cosh\theta = \frac{D}{\sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}}} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} = \sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

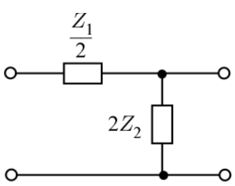
$B = \sqrt{Z_{01}Z_{02}}\sinh\theta$ より

$$\sinh\theta = \frac{B}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}} = \frac{\frac{Z_1}{2}}{R} = \frac{Z_1}{2R}$$

4

定K形フィルタ

影像インピーダンス



$$Z_{01} = R\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

伝達定数

$$\theta = \alpha + j\beta$$

α :減衰定数

β :位相定数

$$\cosh\theta = \sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}, \quad \sinh\theta = \frac{Z_1}{2R}$$

5

遮断周波数

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$ を満たす f

X_1 : Z_1 の大きさ

$X_1 = \omega L, \ -\frac{1}{\omega C}$

$\frac{X_1}{2R} < -1$ のとき　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{-X_1}{2R}\right), \ \beta = -\frac{\pi}{2}$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$ のとき　$\alpha = 0, \ \beta = \sin^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right)$

$1 < \frac{X_1}{2R}$ のとき　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right), \ \beta = \frac{\pi}{2}$

6

【証明】

$$Z_{01} = R\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

通過域　$\alpha = 0,\quad Z_{01},\ Z_{02}$:実数

$$1+\frac{Z_1^2}{4R^2} \geq 0$$

$Z_1 = jX_1$ より　　　【例】 $Z_1 = j\omega L$

$$1-\frac{X_1^2}{4R^2} \geq 0$$

よって

$$-1 \leq \frac{X_1}{2R} \leq 1$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{Z_1}{2R} = j\boxed{\frac{X_1}{2R}}$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \sinh\alpha \cdot \underbrace{\cosh j\beta}_{=\cos\beta} + \cosh\alpha \cdot \underbrace{\sinh j\beta}_{=j\sin\beta}$$

$$= \sinh\alpha\cos\beta + j\boxed{\cosh\alpha\sin\beta}$$

7

2式を比較して

$$\sinh\alpha\cos\beta = 0$$

$$\cosh\alpha\sin\beta = \frac{X_1}{2R}$$

通過域において $\alpha = 0$ より

$$\cosh\alpha\sin\beta = \frac{X_1}{2R}$$

$\boxed{\cosh 0 = 1}$

$$\sin\beta = \frac{X_1}{2R}$$

8

$$Z_{01} = R\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{1+\frac{Z_1^2}{4R^2}}}$$

減衰域　$\alpha \neq 0,\quad Z_{01},\ Z_{02}$:虚数

$$1+\frac{Z_1^2}{4R^2} \leq 0$$

$$1-\frac{X_1^2}{4R^2} \leq 0$$

よって

$$1 \leq \frac{X_1}{2R},\ \frac{X_1}{2R} \leq -1$$

$$\sinh\alpha\cos\beta = 0$$

$$\cosh\alpha\sin\beta = \frac{X_1}{2R}$$

$\frac{X_1}{2R} = 1$ のとき　$\beta = \frac{\pi}{2}$

$\frac{X_1}{2R} = -1$ のとき　$\beta = -\frac{\pi}{2}$

$\boxed{\cosh\alpha \geq 1}$

9

$\cosh\alpha\sin\beta = \frac{X_1}{2R}$　から

$\frac{X_1}{2R} < -1$　のとき　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{-X_1}{2R}\right),\ \beta = -\frac{\pi}{2}$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$ のとき　　$\alpha = 0,\ \beta = \sin^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right)$

$1 < \frac{X_1}{2R}$　のとき　　$\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right),\ \beta = \frac{\pi}{2}$

遮断周波数

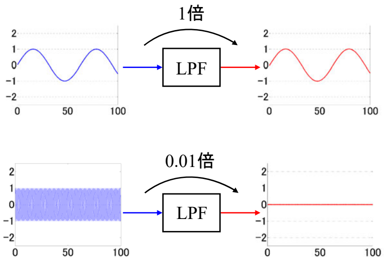
$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$　が成立する周波数 f

10

11 フィルタ

11.2 定K形低域フィルタ(LPF)

低域フィルタ (low pass filter: LPF)



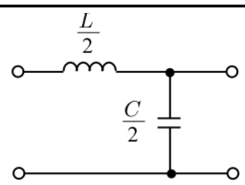
低い周波数だけを通す

11

$$Z_1 = j\omega L,\quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_1 Z_2 = j\omega L\frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = R^2$$

より，定K形フィルタ



遮断周波数

$$\frac{\omega L}{2R} = 1 \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{2R}{L}$$

$$L = \frac{2R}{\omega_l} = \frac{2R}{2\pi f_l} = \frac{R}{\pi f_l},$$

$$C = \frac{L}{R^2} = \frac{\frac{R}{\pi f_l}}{R^2} = \frac{1}{\pi f_l R}$$

12

通過域 $0 < f < f_l$ $\quad \alpha = 0,\ \beta = \sin^{-1}\left(\dfrac{f}{f_l}\right)$

減衰域 $f_l < f$ $\quad \alpha = \cosh^{-1}\left(\dfrac{f}{f_l}\right),\ \beta = \dfrac{\pi}{2}$

$\dfrac{X_1}{2R} < -1$ のとき	$\alpha = \cosh^{-1}\left(\dfrac{-X_1}{2R}\right),\ \beta = -\dfrac{\pi}{2}$
$-1 < \dfrac{X_1}{2R} < 1$ のとき	$\alpha = 0,\ \beta = \sin^{-1}\left(\dfrac{X_1}{2R}\right)$
$1 < \dfrac{X_1}{2R}$ のとき	$\alpha = \cosh^{-1}\left(\dfrac{X_1}{2R}\right),\ \beta = \dfrac{\pi}{2}$

13

影像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_l}\right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_l}\right)^2}}$$

遮断周波数より $L = \dfrac{2R}{\omega_l} = \dfrac{R}{\pi f_l}$,

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{j\omega L}{2R} = j\frac{2\pi f L}{2\pi L f_l} = j\frac{f}{f_l}$$

14

3章【5】

公称インピーダンス $R = 600\ [\Omega]$，遮断周波数 $f_l = 10\ [\mathrm{kHz}]$ の定K形低域フィルタを作り，~~その減衰特性，位相特性を図示せよ。~~

3章【6】

定K形低域フィルタの遮断周波数 f_l と公称インピーダンス R を求めよ。

$L = 30\ [\mathrm{mH}],\quad C = 2\ [\mu\mathrm{F}]$

15

第 3章：フィルタ

3.1 概説
3.2 定K形フィルタ
3.3 定K形低域フィルタ（LPF）

キーワード： 定K形フィルタ，定K形低域フィルタ

学習目標：定K形フィルタ，定K形低域フィルタを理解することができる。

16