

第3章：フィルタ

3.4 定K形高域フィルタ(HPF)

キーワード：定K形高域フィルタ

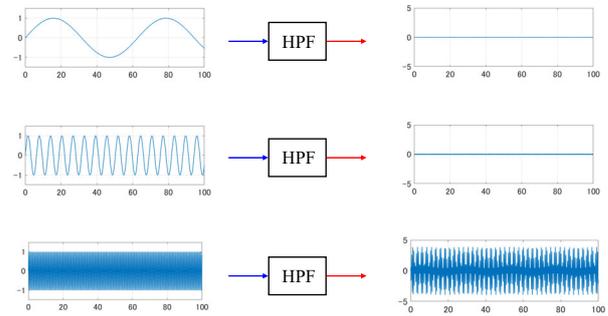
学習目標：定K形高域フィルタを理解することができる。

1

11 フィルタ

11.3 定K形高域フィルタ(HPF)

高域フィルタ (high pass filter: HPF) 高い周波数だけを通す



2

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_2 = j\omega L,$$

$$Z_1 Z_2 = j\omega L \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = R^2$$

より、定K形フィルタ

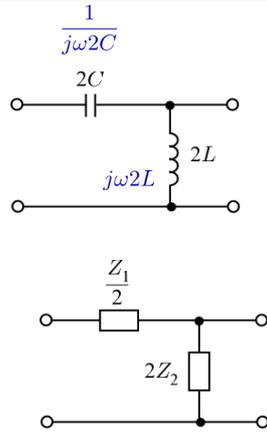
遮断周波数 虚数成分の大きさ

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{-1}{2R} = \frac{-1}{2\omega CR}$$

$$\frac{-1}{2\omega_h CR} = -1 \Rightarrow \omega_h = \frac{1}{2CR}$$

$$C = \frac{1}{2\omega_h R} = \frac{1}{4\pi f_h R}$$

$$L = CR^2 = \frac{R}{4\pi f_h}$$



3

映像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R\sqrt{1 - \left(\frac{f_h}{f}\right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_h}{f}\right)^2}}$$

遮断周波数より $C = \frac{1}{2\omega_h R} = \frac{1}{4\pi f_h R}$,

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{1}{j2\omega RC} = \frac{4\pi f_h R}{j4\pi f R} = -j\frac{f_h}{f}$$

4

減衰域 $0 < f < f_h$ $\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{f_h}{f}\right), \beta = -\frac{\pi}{2}$

通過域 $f_h < f$ $\alpha = 0, \beta = -\sin^{-1}\left(\frac{f_h}{f}\right)$

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{1}{j2\omega RC} = \frac{4\pi f_h R}{j4\pi f R} = -j\frac{f_h}{f}$$

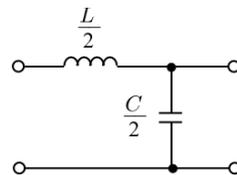
$\frac{X_1}{2R} < -1$ のとき $\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{-X_1}{2R}\right), \beta = -\frac{\pi}{2}$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$ のとき $\alpha = 0, \beta = \sin^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right)$

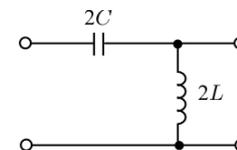
$1 < \frac{X_1}{2R}$ のとき $\alpha = \cosh^{-1}\left(\frac{X_1}{2R}\right), \beta = \frac{\pi}{2}$

5

定K形低域フィルタ(LPF)



定K形高域フィルタ(HPF)



6

3章[8]

公称インピーダンス $R = 600 [\Omega]$, 遮断周波数 $f_h = 60 [\text{kHz}]$ の定K形高域フィルタを作り, その減衰特性, 位相特性を図示せよ。

3章[9]

定K形高域フィルタの遮断周波数 f_1 と公称インピーダンス R を求めよ。

$L = 4 [\text{mH}], C = 0.3 [\mu\text{F}]$

第3章：フィルタ

3.4 定K形高域フィルタ(HPF)

キーワード：定K形高域フィルタ

学習目標：定K形高域フィルタを理解することができる。

第3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ(BPF)

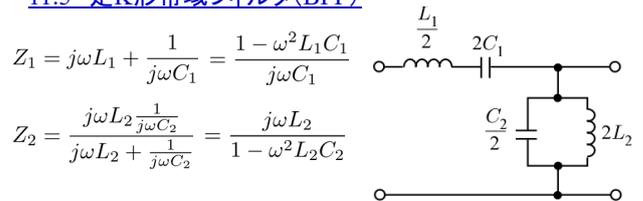
3.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

キーワード：定K形帯域フィルタ, 定K形帯域除去フィルタ

学習目標：定K形帯域フィルタ, 定K形帯域除去フィルタを理解することができる。

11 フィルタ

11.5 定K形帯域フィルタ(BPF)



$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1} \cdot \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2} = \frac{L_2}{C_1} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

より, 定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

$$Z_1 = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{とおく}$$

Z_1 の共振周波数

Z_2 の反共振周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R} \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = \frac{L_1}{2R} \left(\omega - \frac{1}{\omega L_1 C_1} \right)$$

$$= \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2)$$

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$ となる周波数を f_l, f_h とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} \right) = \frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} \right) = -1, \quad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h} \right) = 1 \quad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}$$

$$-\omega_h(\omega_l^2 - \omega_0^2) = \omega_l(\omega_h^2 - \omega_0^2)$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l^2 + \omega_l\omega_h^2$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l(\omega_l + \omega_h)$$

$$\omega_0^2 = \omega_h\omega_l \quad (5)$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_h^2 - \omega_h\omega_l}{\omega_h} \right) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} (\omega_h - \omega_l) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h - \omega_l} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2\pi(f_h - f_l)}$$

よって

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h - f_l)}$$

13

$$\omega_0 \text{ より}$$

$$C_1 = \frac{1}{L_1\omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi(f_h - f_l)}{R} \cdot \frac{1}{4\pi^2 f_0^2} = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R}$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R} R^2 = \frac{R(f_h - f_l)}{4\pi f_0^2}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{R}{R^2 \pi(f_h - f_l)} = \frac{1}{R\pi(f_h - f_l)}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

14

(2)式より

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$= \frac{\omega_0}{\omega_h - \omega_l} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{f_0}{f_h - f_l} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

減衰域 $0 < f < f_l$ $\alpha = \cosh^{-1} \left(-\frac{f_0}{f_h - f_l} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$

通過域 $f_l < f < f_h$ $\alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left(\frac{f_0}{f_h - f_l} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right)$

減衰域 $f_h < f$ $\alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{f_0}{f_h - f_l} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right), \beta = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{X_1}{2R} < -1 \text{ のとき} \quad \alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{-X_1}{2R} \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$$

$$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1 \text{ のとき} \quad \alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right)$$

$$1 < \frac{X_1}{2R} \text{ のとき} \quad \alpha = \cosh^{-1} \left(\frac{X_1}{2R} \right), \beta = \frac{\pi}{2}$$

15

影像インピーダンス

$$\omega_0^2 = \omega_h\omega_l \quad (5)$$

$$f_0^2 = f_h f_l$$

$$\frac{Z_1}{2R} = j \frac{f_0}{f_h - f_l} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

$$= j \frac{1}{\frac{f_h}{f_0} - \frac{f_l}{f_0}} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = j \frac{1}{\frac{f_0^2}{f_0 f_l} - \frac{f_0}{f_l}} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

$$= j \frac{1}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_0}{f_l}} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = j \frac{f - f_0}{f_l \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$$

$$Z_{01} = R \sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_l \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)} \right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{f - f_0}{f_l \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)} \right)^2}}$$

16

11 フィルタ

11.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 \frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

$$Z_2 = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2}$$

よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

より, 定K形フィルタになるには ω が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

17

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \text{ とおく}$$

$$Z_1 \text{ の共振周波数} \quad Z_2 \text{ の共振周波数}$$

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R} \left(\frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \right) = \frac{L_1}{2R} \cdot \frac{\omega}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$= \frac{L_1}{2R} \cdot \frac{\omega_0}{\omega - \omega_0} \quad (2)$$

18

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$ となる周波数を f_l, f_h とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

より

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_l \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} \right) = 1 \quad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_h \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2} \right) = -1 \quad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} = \frac{\omega_h \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R} \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

19

$$-\omega_l \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_h^2) = \omega_h \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_l^2)$$

$$(\omega_h + \omega_l) \omega_0^2 = \omega_h \omega_l^2 + \omega_l \omega_h^2$$

$$(\omega_h + \omega_l) \omega_0^2 = \omega_h \omega_l (\omega_l + \omega_h)$$

$$\omega_0^2 = \omega_h \omega_l \quad (5)$$

$$-\frac{\omega_l \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} = \frac{\omega_h \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_h^2 \omega_l}{\omega_h \omega_l - \omega_h^2} \right) = -1,$$

$$\frac{L_1}{2R} \left(\frac{\omega_h \omega_l}{\omega_l - \omega_h} \right) = -1,$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{\omega_h - \omega_l}{\omega_h \omega_l} \quad (6)$$

よって

$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

20

ω_0 より

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi f_h f_l}{(f_h - f_l)R} \frac{1}{4\pi f_0^2} = \frac{1}{4\pi(f_h - f_l)R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{R}{4\pi(f_h - f_l)}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{f_h - f_l}{\pi f_h f_l R}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

21

3章【10】
 公称インピーダンス $R = 600 [\Omega]$, 遮断周波数 $f_l = 1 [\text{kHz}]$,
 $f_h = 10 [\text{kHz}]$ の定K形帯域フィルタを設計せよ、

3章【11】
 公称インピーダンス $R = 600 [\Omega]$, 遮断周波数 $f_l = 1 [\text{kHz}]$,
 $f_h = 10 [\text{kHz}]$ の定K形帯域除去フィルタを設計せよ、

22

第3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ(BPF)
 3.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

キーワード： **定K形帯域フィルタ**,
定K形帯域除去フィルタ

学習目標： **定K形帯域フィルタ**, **定K形帯域除去フィルタ**
 を理解することができる。

23