

# 第3章：フィルタ

## 3.4 定K形高域フィルタ(HPF)

キーワード： 定K形高域フィルタ

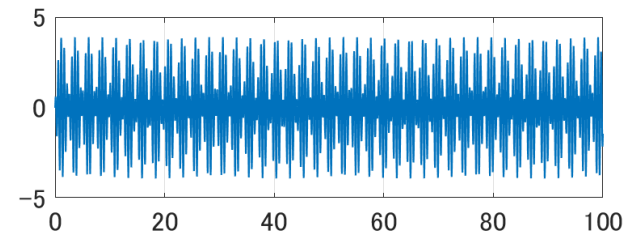
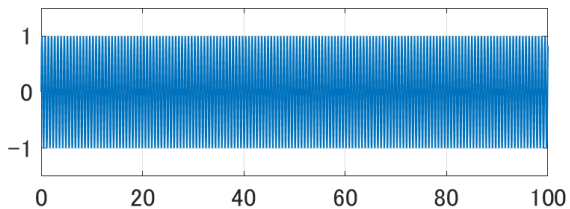
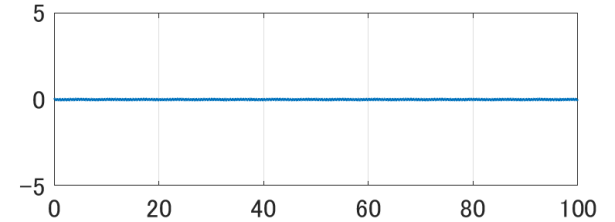
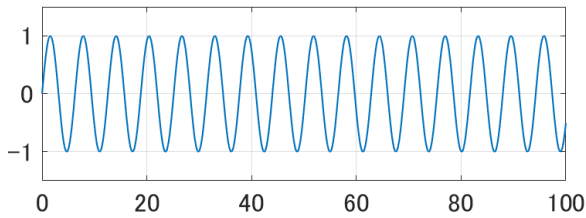
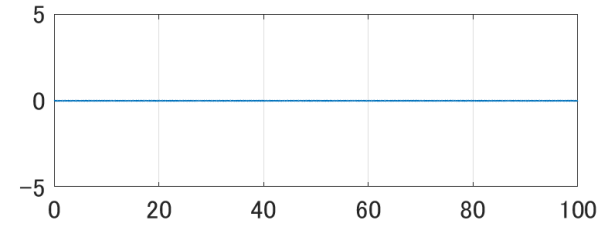
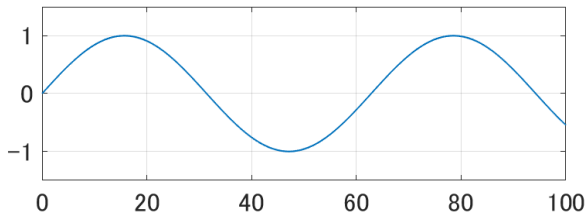
学習目標： 定K形高域フィルタを理解することができる。

# 11 フィルタ

## 11.3 定K形高域フィルタ(HPF)

高域フィルタ (high pass filter: HPF)

高い周波数だけを通す



$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_2 = j\omega L,$$

$$Z_1 Z_2 = j\omega L \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C} = R^2$$

より, 定K形フィルタ

遮断周波数

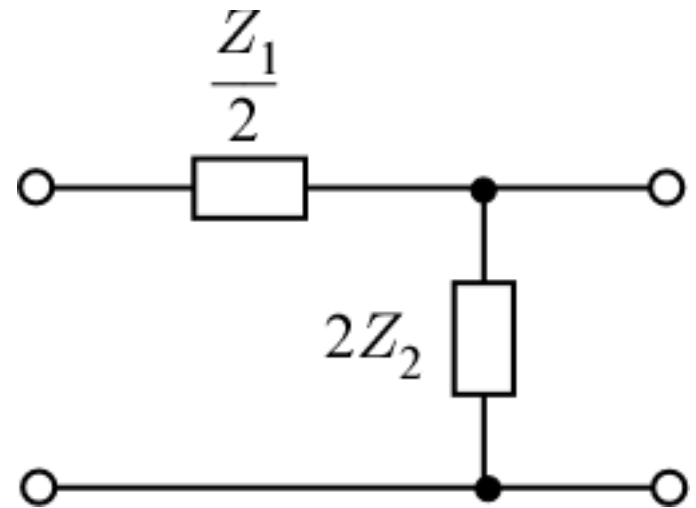
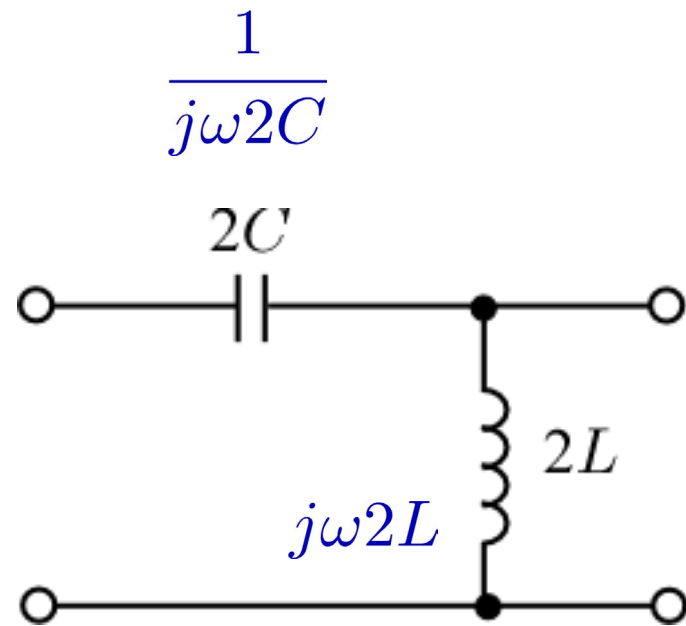
虚数成分の大きさ

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{-\frac{1}{\omega C}}{2R} = \frac{-1}{2\omega CR}$$

$$\frac{-1}{2\omega_h CR} = -1 \Rightarrow \omega_h = \frac{1}{2CR}$$

$$C = \frac{1}{2\omega_h R} = \frac{1}{4\pi f_h R}$$

$$L = CR^2 = \frac{R}{4\pi f_h}$$



## 映像インピーダンス

$$Z_{01} = R\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R\sqrt{1 - \left(\frac{f_h}{f}\right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_h}{f}\right)^2}}$$

遮断周波数より  $C = \frac{1}{2\omega_h R} = \frac{1}{4\pi f_h R}$ ,

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{1}{j2\omega RC} = \frac{4\pi f_h R}{j4\pi f R} = -j\frac{f_h}{f}$$

減衰域  $0 < f < f_h$        $\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{f_h}{f} \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$

通過域  $f_h < f$        $\alpha = 0, \beta = -\sin^{-1} \left( \frac{f_h}{f} \right)$

$$\frac{Z_1}{2R} = \frac{1}{j2\omega RC} = \frac{4\pi f_h R}{j4\pi f_l R} = -j \frac{f_h}{f}$$

$\frac{X_1}{2R} < -1$  のとき

$$\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{-X_1}{2R} \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$$

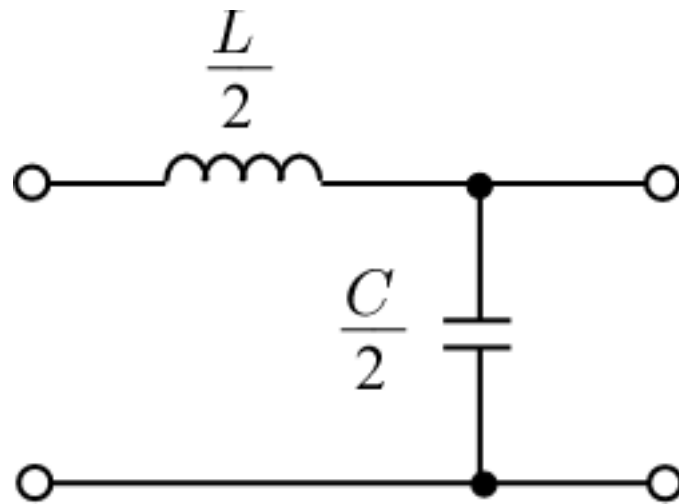
$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$  のとき

$$\alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left( \frac{X_1}{2R} \right)$$

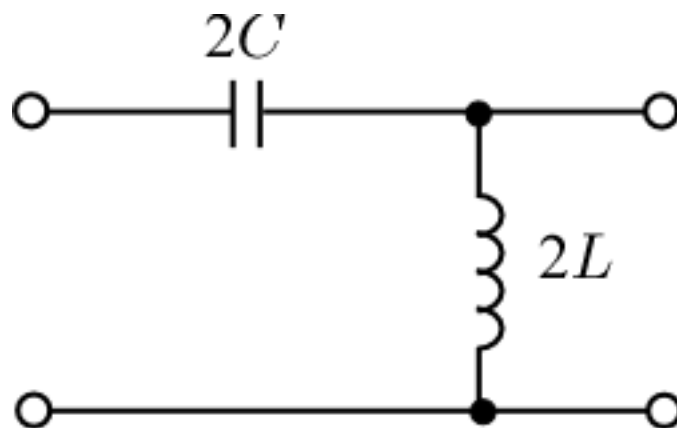
$1 < \frac{X_1}{2R}$  のとき

$$\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{X_1}{2R} \right), \beta = \frac{\pi}{2}$$

## 定K形低域フィルタ(LPF)



## 定K形高域フィルタ(HPF)



### 3章【8】

公称インピーダンス  $R = 600 [\Omega]$ , 遮断周波数  $f_h = 60 [\text{kHz}]$  の定K形高域フィルタを作り, ~~その減衰特性, 位相特性を図示せよ。~~

### 3章【9】

定K形高域フィルタの遮断周波数  $f_l$  と公称インピーダンス  $R$  を求めよ。

$$L = 4 [\text{mH}], \quad C = 0.3 [\mu\text{F}]$$

# 第3章：フィルタ

## 3.4 定K形高域フィルタ(HPF)

キーワード： 定K形高域フィルタ

学習目標： 定K形高域フィルタを理解することができる。



# 第3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ(BPF)

3.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

キーワード： 定K形帯域フィルタ,  
定K形帯域除去フィルタ

学習目標： 定K形帯域フィルタ, 定K形帯域除去フィルタ  
を理解することができる。

# 11 フィルタ

## 11.5 定K形帯域フィルタ(BPF)

$$Z_1 = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$

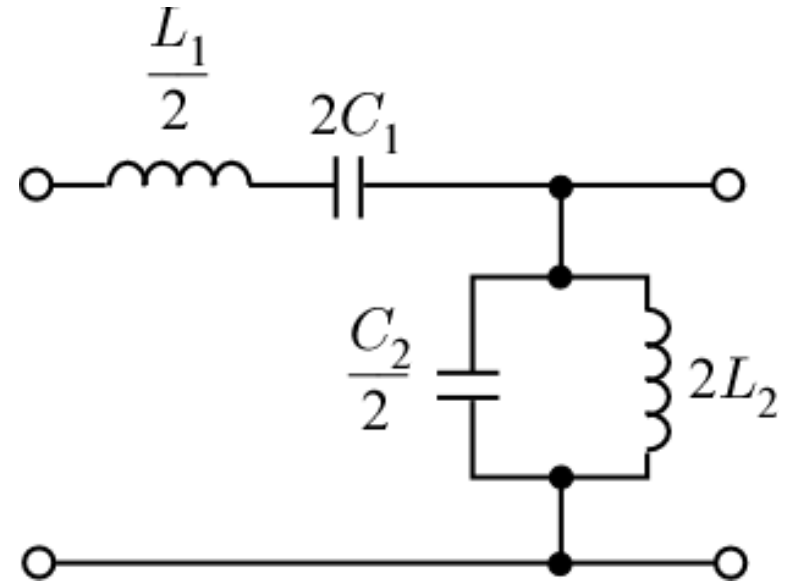
$$Z_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1} \cdot \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2} = \frac{L_2}{C_1} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

より, 定K形フィルタになるには  $\omega$  が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$



このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

$$Z_1 = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_1}{j\omega C_1}$$
$$Z_2 = \frac{j\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{とおく}$$

$Z_1$  の共振  
周波数

$Z_2$  の反共振  
周波数

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R} \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = \frac{L_1}{2R} \left( \omega - \frac{1}{\omega L_1 C_1} \right)$$
$$= \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2)$$

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$  となる周波数を  $f_l, f_h$  とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left( \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} \right) = \frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} \right) = -1, \quad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h} \right) = 1 \quad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}$$

$$-\omega_h(\omega_l^2 - \omega_0^2) = \omega_l(\omega_h^2 - \omega_0^2)$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l^2 + \omega_l\omega_h^2$$

$$(\omega_h + \omega_l)\omega_0^2 = \omega_h\omega_l(\omega_l + \omega_h)$$

$$\omega_0^2 = \omega_h\omega_l \quad (5)$$

$$-\frac{\omega_l^2 - \omega_0^2}{\omega_l} = \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h}$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h^2 - \omega_h\omega_l}{\omega_h} \right) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} (\omega_h - \omega_l) = 1$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h - \omega_l} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2\pi(f_h - f_l)}$$

よって

$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h - f_l)}$$

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h^2 - \omega_0^2}{\omega_h} \right) = 1 \quad (4)$$

$\omega_0$  より

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi(f_h - f_l)}{R} \frac{1}{4\pi^2 f_0^2} = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$
$$L_1 = \frac{R}{\pi(f_h - f_l)}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{f_h - f_l}{4\pi f_0^2 R} R^2 = \frac{R(f_h - f_l)}{4\pi f_0^2}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{R}{R^2 \pi(f_h - f_l)} = \frac{1}{R\pi(f_h - f_l)}$$

(2)式より

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{\omega_0 L_1}{2R} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$= \frac{\omega_0}{\omega_h - \omega_l} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{f_0}{f_h - f_l} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{1}{\omega_h - \omega_l} \quad (6)$$

減衰域  $0 < f < f_l$      $\alpha = \cosh^{-1} \left( -\frac{f_0}{f_h - f_l} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right)$ ,  $\beta = -\frac{\pi}{2}$

通過域  $f_l < f < f_h$      $\alpha = 0$ ,  $\beta = \sin^{-1} \left( \frac{f_0}{f_h - f_l} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right)$

減衰域  $f_h < f$      $\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{f_0}{f_h - f_l} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \right)$ ,  $\beta = \frac{\pi}{2}$

$\frac{X_1}{2R} < -1$  のとき

$$\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{-X_1}{2R} \right), \beta = -\frac{\pi}{2}$$

$-1 < \frac{X_1}{2R} < 1$  のとき

$$\alpha = 0, \beta = \sin^{-1} \left( \frac{X_1}{2R} \right)$$

$1 < \frac{X_1}{2R}$  のとき

$$\alpha = \cosh^{-1} \left( \frac{X_1}{2R} \right), \beta = \frac{\pi}{2}$$

## 映像インピーダンス

$$\omega_0^2 = \omega_h \omega_l \quad (5)$$

$$f_0^2 = f_h f_l$$

$$\begin{aligned} \frac{Z_1}{2R} &= j \frac{f_0}{f_h - f_l} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \\ &= j \frac{1}{\frac{f_h}{f_0} - \frac{f_l}{f_0}} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = j \frac{1}{\frac{f_0^2}{f_0 f_l} - \frac{f_l}{f_0}} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \\ &= j \frac{1}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}} \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = j \frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}} \end{aligned}$$

$$Z_{01} = R \sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1} = R \sqrt{1 - \left( \frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}} \right)^2}$$

$$Z_{02} = \frac{R}{\sqrt{\frac{Z_1^2}{4R^2} + 1}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left( \frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_0}{f_l} - \frac{f_l}{f_0}} \right)^2}}$$

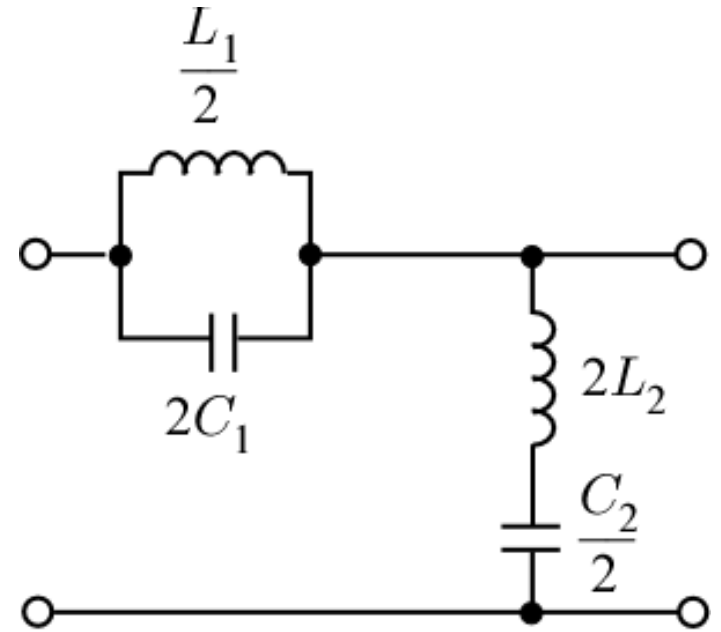


# 11 フィルタ

## 11.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 \frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

$$Z_2 = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2}$$



よって

$$Z_1 Z_2 = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2} \cdot \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

より, 定K形フィルタになるには  $\omega$  が消えればよいので

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

このとき

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{とおく}$$

$Z_1$  の共振  
周波数

$Z_2$  の共振  
周波数

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$
$$Z_2 = \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2}$$

遮断周波数

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{1}{2R} \left( \frac{\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \right) = \frac{L_1}{2R} \frac{\omega}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$
$$= \frac{L_1}{2R} \frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2)$$

$\frac{X_1}{2R} = \pm 1$  となる周波数を  $f_l, f_h$  とする

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R} \frac{\omega_0}{\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\frac{X_1}{2R} = \frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$$

より

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} \right) = 1 \quad (3)$$

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2} \right) = -1 \quad (4)$$

(3)式と(4)式から

$$-\frac{\omega_l\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} = \frac{\omega_h\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}$$

$$-\omega_l \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_h^2) = \omega_h \omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega_l^2)$$

$$(\omega_h + \omega_l) \omega_0^2 = \omega_h \omega_l^2 + \omega_l \omega_h^2$$

$$(\omega_h + \omega_l) \omega_0^2 = \omega_h \omega_l (\omega_l + \omega_h)$$

$$\omega_0^2 = \omega_h \omega_l \quad (5)$$

(4)式に(5)式を代入

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h^2 \omega_l}{\omega_h \omega_l - \omega_h^2} \right) = -1,$$

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h \omega_l}{\omega_l - \omega_h} \right) = -1,$$

$$\frac{L_1}{2R} = \frac{\omega_h - \omega_l}{\omega_h \omega_l} \quad (6)$$

よって

$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

$$-\frac{\omega_l \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_l^2} = \frac{\omega_h \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2}$$

$$\frac{L_1}{2R} \left( \frac{\omega_h \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_h^2} \right) = -1, \quad (4)$$

$\omega_0$  より

$$C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_0^2} = \frac{1}{L_1 4\pi^2 f_0^2}$$

を用いて

$$C_1 = \frac{\pi f_h f_l}{(f_h - f_l)R} \frac{1}{4\pi f_0^2} = \frac{1}{4\pi(f_h - f_l)R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$
$$L_1 = \frac{(f_h - f_l)R}{\pi f_h f_l}$$

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (1)$$

(1)式を用いて

$$L_2 = C_1 R^2 = \frac{R}{4\pi(f_h - f_l)}$$

$$C_2 = \frac{L_1}{R^2} = \frac{f_h - f_l}{\pi f_h f_l R}$$

### 3章【10】

公称インピーダンス  $R = 600 [\Omega]$ , 遮断周波数  $f_l = 1 [\text{kHz}]$ ,  
 $f_h = 10 [\text{kHz}]$  の定K形帯域フィルタを設計せよ、

### 3章【11】

公称インピーダンス  $R = 600 [\Omega]$ , 遮断周波数  $f_l = 1 [\text{kHz}]$ ,  
 $f_h = 10 [\text{kHz}]$  の定K形帯域除去フィルタを設計せよ、

# 第3章：フィルタ

3.5 定K形帯域フィルタ(BPF)

3.6 定K形帯域除去フィルタ(BEF)

キーワード： 定K形帯域フィルタ,  
定K形帯域除去フィルタ

学習目標： 定K形帯域フィルタ, 定K形帯域除去フィルタ  
を理解することができる。